



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS INDUSTRIALES Y DE TELECOMUNICACIÓN

Titulación:

INGENIERO TÉCNICO INDUSTRIAL MECÁNICO

Título del proyecto:

DESARROLLO DE MODELOS PARAMÉTRICOS PARA
EL DISEÑO DE UNIONES ATORNILLADAS
SOMETIDAS A CARGAS EXTREMAS.

Alumno: Javier Albéniz Espierriz

Tutores: Daniel Narro Bañares

Iñaki Nuin Martínez de Lagos

Pamplona, 30 de junio de 2010



ÍNDICE

1. OBJETIVO DEL PROYECTO	4
2. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.	
2.1 HISTORIA DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	5
2.2 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	6
2.3 CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	8
2.4 ESTRUCTURA Y FUNCIONES DE UN PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS	10
2.5 APLICACIONES PARA EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	11
2.6 CONCEPTOS BÁSICOS NECESARIOS EN EL DESARROLLO DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	12
3. UNIONES ATORNILLADAS PRETENSADAS.	
3.1 INTRODUCCIÓN	17
3.2 ELEMENTOS DE UNIÓN: TORNILLOS	19
3.3 UNIONES: RIGIDEZ DEL TORNILLO	20
3.4 UNIONES: RIGIDEZ DEL ELEMENTO	20
3.5 RESISTENCIA DEL TORNILLO	21
3.6 UNIONES A TENSIÓN: LA CARGA EXTERNA	21
3.7 RELACIÓN DEL PAR DE TORSIÓN CON LA TENSIÓN DEL TORNILLO	22
4. METODOLOGÍA DESARROLLADA PARA EL DIMENSIONADO DE UNIONES PRETENSADAS.	
4.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE LA NORMA (VDI 2230)	24
4.2 MÉTODO FEM	29
5. APLICACIONES PRÁCTICAS.	
5.1 EJEMPLO1: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (4X2) BAJO CARGA AXIAL	
5.1.1 INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA	31
5.1.2 RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO CUALITATIVO (VDI 2230)	33
5.1.3 RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO FEM	48
5.1.4 CORRELACIÓN	55



5.2 EJEMPLO 2: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (4X3) BAJO MOMENTO EN EJE Y

5.2.1	INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA	57
5.2.2	RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO CUALITATIVO (VDI 2230)	59
5.2.3	RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO FEM	74
5.2.4	CORRELACIÓN	82

5.3 EJEMPLO 3: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (5X4) BAJO MOMENTO EN EJE X.

5.3.1	INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA	84
5.3.2	RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO CUALITATIVO (VDI 2230)	86
5.3.3	RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO FEM	101
5.3.4	CORRELACIÓN	109

5.4 EJEMPLO 4: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (3X2) BAJO CASO DE CARGA COMBINADA.

5.4.1	INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA	111
5.4.2	RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO CUALITATIVO (VDI 2230)	114
5.4.3	RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO FEM	129
5.4.4	CORRELACIÓN	136

6. ANEXO. LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN PCL.

6.1	UTILIZACIÓN DEL MODELO PARAMÉTRICO	137
6.2	LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN (PCL)	140

7. BIBLIOGRAFÍA

161



1. OBJETIVO DEL PROYECTO

Implementación de modelos paramétricos para el diseño de uniones atornilladas pretensadas, sometidas a cargas extremas.

Desde el departamento estructural, de análisis y diseño de aerogeneradores, de la empresa CENER (Centro Nacional de Energías Renovables), se ha detectado la necesidad de realizar un estudio detallado de las uniones atornilladas pretensadas, mediante el método avanzado de cálculo FEM (finite element method). Se pretende eliminar la incertidumbre existente, en el cálculo de estas uniones.

El objetivo del proyecto es definir modelos paramétricos de uniones atornilladas basados en metodología de cálculo FEM que permitan conocer el comportamiento exacto de cualquier unión sometida a cualquier tipo de esfuerzo (hexaedro de cargas; 3 fuerzas y tres momentos).

El comportamiento de la unión se verificará bajo carga extrema (comprobación del estado tensional de los tornillos y no separación entre chapas).

En el montaje de los componentes estructurales principales de los aerogeneradores eólicos, las uniones atornilladas son un punto crítico de diseño.

Los modelos de los aerogeneradores para el cálculo de cargas que se desarrollan en CENER, se implementan utilizando multitud de simplificaciones. Por este motivo, no incluyen modelos detallados de ciertas partes críticas del diseño, como rodamientos, engranajes o uniones pretensadas.

Por esta razón, para el diseño de uniones atornilladas pretensadas, es necesario generar modelos más detallados y complejos.

Existe normativa basada en cálculos analíticos (VDI2230...) que permite dimensionar algunas de las uniones pretensadas típicas utilizadas en el sector eólico. Sin embargo, muchos casos no obedecen a topologías estándar, y en consecuencia, se asumen simplificaciones que añaden incertidumbre al diseño de estas uniones. Este proyecto trata de abrir este hueco mediante modelos paramétricos FEM.



2. INTRODUCCIÓN AL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

2.1 HISTORIA DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

El Método de Elemento Finito o Finite Element Analysis (FEA), es un método numérico que surgió como tal en la década de los 60. Sin embargo su forma más conceptual fue propuesta por Isaac Newton dentro de las bases de cálculo integral y diferencial. Desde entonces se ha convertido en una de las herramientas más novedosas tanto a nivel académico como industrial. El método fue propuesto en 1943 para un uso estructural, ya que se podían representar elementos como vigas y sólidos sujetos a esfuerzos.

No fue hasta 10 años después, cuando se obtuvieron los primeros resultados satisfactorios, puesto que se extendieron los alcances y aplicaciones de este método para resolver problemas tridimensionales con el desarrollo de matrices de rigidez tetraédrica. En esta etapa, la modelación matemática se enfocaba únicamente en deformaciones elásticas, concentración de esfuerzos con cargas estáticas y desplazamientos cortos.

En 1964 finalmente se pudieron comenzar a considerar dentro del análisis de elemento finito los análisis térmicos y deflexiones de gran magnitud. Un año después se comenzaron a aplicar los análisis dinámicos con los cuales se exploraron los campos de flujo, torsiones de flecha y conducción de calor.

Infinidad de industrias hacen uso de esta metodología para poder ofrecer a los consumidores mejores productos que les ayuden a mejorar su calidad de vida. El beneficio no es únicamente para los compradores ya que las industrias logran reducir costos, elaborar productos más confiables y eficientes.

Actualmente el método se encuentra en una fase de gran expansión: es ampliamente utilizado y continúan apareciendo cientos de trabajos de investigación en este campo. Los ordenadores han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el MEF, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los ordenadores. Entre éstas, además de permitir la descentralización de los programas de EF, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados. Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación.



2.2 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

El método de los elementos finitos (MEF) ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc., ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

El MEF permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, más fácil y económico de modificar que un prototipo. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas del método. Los prototipos, por lo tanto, siguen siendo necesarios, pero en menor número, ya que el primero puede acercarse bastante más al diseño óptimo.

La simulación de procesos es una de las más grandes herramientas de la ingeniería, la cual se utiliza para representar un proceso mediante otro, lo que lo hace mucho más simple. Esta simulación, en algunos casos, es casi indispensable debido a que en algunas disciplinas, que utilizan con mayor frecuencia este tipo de metodología como la física, matemáticas o ingeniería, no les es posible obtener soluciones analíticas a partir de expresiones matemáticas.

Una solución analítica es aquella expresión matemática que arroja resultados con determinadas incógnitas que requieren la solución de ecuaciones diferenciales, las cuales debido a su complejidad son imposibles de resolver. Sin embargo gracias a este tipo de metodologías se permite que el problema sea planteado como una serie de ecuaciones algebraicas simultáneas, en lugar de utilizar una resolución a partir de ecuaciones diferenciales complejas.

Actualmente al momento de analizar un elemento mecánico el proceso se puede llevar a cabo mediante la forma clásica o mediante la utilización de un método computarizado de elementos finitos.

La diferencia principal entre el método clásico y el de elementos finitos, es la forma en que éstos perciben la estructura durante el procedimiento para llegar a la solución. Los métodos clásicos consideran la estructura como un continuo, cuyo comportamiento está gobernado por ecuaciones diferenciales ordinarias. El método de los elementos finitos considera a la estructura como un ensamble de pequeñas partículas de tamaño finito. El comportamiento de las partículas y de la estructura global es obtenido formulando un sistema de ecuaciones algebraicas que pueden ser rápidamente resueltas con un ordenador.

Las partículas de tamaño finito son llamadas elementos finitos o simplemente elementos. Los puntos donde los elementos finitos están interconectados se conocen como nodos o puntos nodales, y el procedimiento de seleccionar los nodos se denomina discretización o modelado.



El método de elementos finitos, es un método numérico generalmente utilizado para la solución de problemas con alto grado de dificultad, ya que involucran geometrías complejas, determinación de propiedades de materiales y cargas no distribuidas. El análisis por elementos finitos es un método computarizado para predecir como un objeto real reaccionará a fuerzas, calor, vibración, flujo de fluidos, fenómenos eléctricos y magnéticos, entre otros. En términos generales se refiere a si éste se romperá, fallará o trabajará como fue diseñado.

El concepto básico de FEA (análisis de elementos finitos) es el dividir el continuo en un número finito de elementos, es decir discretizar el continuo y resolver cada uno de los elementos de las ecuaciones del sistema para después ensamblar la solución total.

Se entiende por discretizar al proceso de modelación de un cuerpo que consiste en la división equivalente del mismo, en un sistema conformado por cuerpos más pequeños, a los cuales se les denomina elementos finitos. Estos están interconectados por medio de puntos comunes o nodos, los cuales forman superficies que se comportan como volúmenes de control independiente. En el análisis de elementos finitos no se intenta resolver el problema como si fuese una sola pieza, sino por el contrario se subdivide el elemento en un número finito de elementos que a su vez arrojan resultados individuales que como conclusión se fusionan para generar una sola solución.

Dentro de la ingeniería mecánica, las aplicaciones prácticas en la mecánica de sólidos pueden agruparse en dos grandes familias: La de los problemas asociados con sistemas discretos y la de los problemas asociados a sistemas continuos. En los primeros sistemas lo que se analiza está dividido de forma natural, es decir en elementos claramente definidos. En el segundo caso el sistema no puede ser dividido en forma natural, en unidades simples, por lo que su análisis resulta mucho más complejo, por esta razón es necesario utilizar el método de elemento finito.

El comportamiento mecánico de cada parte o elemento, en los que se subdivide el elemento analizado, queda definido por un número finito de parámetros llamados grados de libertad, asociados a los puntos que en dicho momento se unen al resto de los elementos de su entorno conocidos como nodos. Para definir el comportamiento en el interior de cada elemento se supone que dentro del mismo, todo queda perfectamente definido a partir de lo que sucede en los nodos a través de una adecuada función de interpolación.

Como puede apreciarse, en el método de elementos finitos son casi esenciales los conceptos de discretización o acción de transformar la realidad de la naturaleza continua en un modelo discreto aproximado y de interpolación, o acción de aproximar los valores de una función a partir de su conocimiento en un número discreto de puntos. Por lo tanto este es un método aproximado desde múltiples perspectivas.

Esta presentación aproximada de la realidad en forma de un modelo numérico permite la resolución del problema. Los diversos coeficientes del modelo son automáticamente calculados por el ordenador a partir de la geometría y propiedades físicas de cada elemento. Sin embargo queda en manos del usuario decir hasta qué punto la discretización utilizada en el modelo representa adecuadamente el modelo de la estructura. La discretización correcta depende de diversos factores como son el tipo de información

que se desea extraer del modelo o tipo de sollicitación aplicada. Actualmente el método de los elementos finitos ha sido generalizado hasta constituir un potente método de cálculo numérico.

2.3 CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

La idea general del método de los elementos finitos es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- Dominio. Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de contorno. Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor,...
- Incógnitas. Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas,...

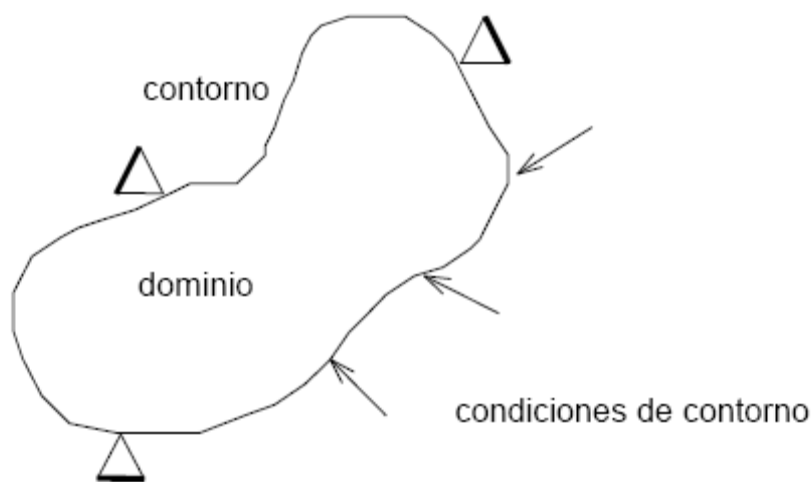


Figura.2.1 Sistema continuo sometido a condiciones de contorno.

El método de los elementos finitos supone, para solucionar el problema, el dominio discretizado en subdominios denominados elementos. El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el tridimensional) imaginarias, de forma que el dominio total en estudio se aproxime mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide.

Los elementos se definen por un número discreto de puntos, llamados nodos, que conectan entre si los elementos. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema.

En el caso de elementos estructurales estas incógnitas son los desplazamientos nodales, ya que a partir de éstos podemos calcular el resto de incógnitas que nos interesen: tensiones, deformaciones,... A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que nos determinan el estado y/o posición del nodo.

Por ejemplo si el sistema a estudiar es una viga en voladizo con una carga puntual en el extremo y una distribución de temperaturas tal y como muestra la figura,

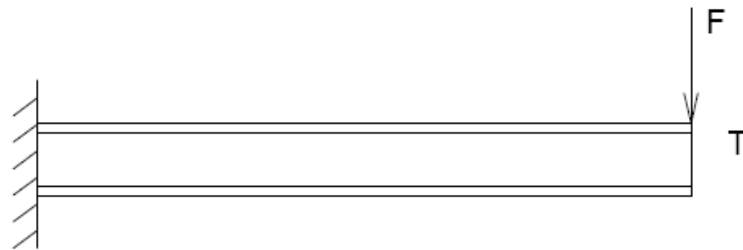


Figura. 2.2 Viga en voladizo con carga en el extremo y temperatura constante.

el discretizado del dominio puede ser:

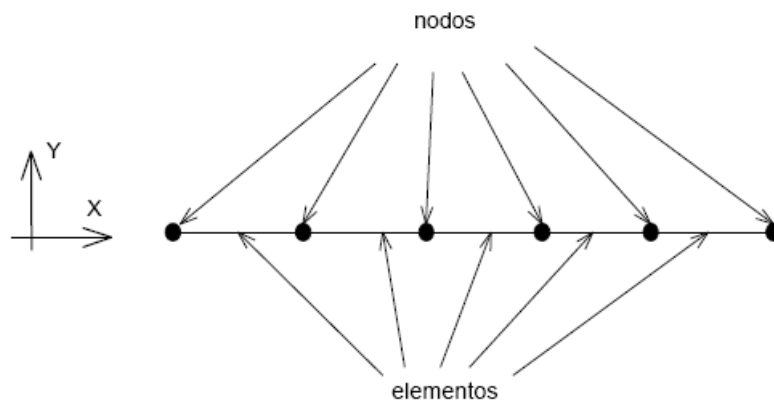


Figura.2.3 Discretización en nodos y elementos. Método FEM.

Los grados de libertad de cada nodo serán:

1. Desplazamiento en dirección x.
2. Desplazamiento en dirección y.
3. Giro según z
4. Temperatura



El sistema, debido a las condiciones de contorno: empotramiento, fuerza puntual y temperatura, evoluciona hasta un estado final. En este estado final, conocidos los valores de los grados de libertad de los nodos del sistema podemos determinar cualquier otra incógnita deseada: tensiones, deformaciones,... También sería posible obtener la evolución temporal de cualquiera de los grados de libertad.

Planteando la ecuación diferencial que rige el comportamiento del continuo para el elemento, se llega a fórmulas que relacionan el comportamiento en el interior del mismo con el valor que tomen los grados de libertad nodales. Este paso se realiza por medio de unas funciones llamadas de interpolación, ya que éstas ‘interpolan’ el valor de la variable nodal dentro del elemento.

El problema se formula en forma matricial debido a la facilidad de manipulación de las matrices mediante ordenador. Conocidas las matrices que definen el comportamiento del elemento (en el caso estructural serán las llamadas matrices de rigidez, amortiguamiento y masa, aunque esta terminología ha sido aceptada en otros campos de conocimiento) se ensamblan y se forma un conjunto de ecuaciones algebraicas, lineales o no, que resolviéndolas nos proporcionan los valores de los grados de libertad en los nodos del sistema.

2.4 ESTRUCTURA Y FUNCIONES DE UN PROGRAMA DE ELEMENTOS FINITOS.

Un programa de elementos finitos es una pieza compleja de software en la que interactúan numerosas operaciones. Por este motivo suelen estar divididos en segmentos, de los cuales cada uno efectúa una operación determinada. Sin embargo el programa no solamente se limita al cálculo de algoritmos. La generación de los datos y el análisis de los resultados numéricos, que aparecen como producto del cálculo son esenciales para concluir el análisis satisfactoriamente.

Así pues, un paquete de cálculo de elementos finitos consta de un post -procesador, un procesador en el cual se incluye la preparación de datos y se generan los archivos de resultado, y finalmente esta el post-procesador que facilita el análisis e interpretación de los resultados, generalmente en forma de grafica mediante el trazado de curvas, gráficos tridimensionales, tablas, etc.

Uno de los análisis más utilizados es el estático, que permite la determinación de los componentes de los nodos por efecto de una solicitación estática y, en una segunda fase, la determinación del estado en ciertos puntos característicos de cada elemento. Este tipo de análisis permite acotar la deformación del componente de estudio y localizar zonas altamente solicitadas o zonas de solicitación baja.

El análisis dinámico, que dentro de este proyecto no será utilizado, será explicado únicamente con la finalidad de que el lector comprenda plenamente todos los tipos de análisis que pueden ser generados a partir del MEF. Los tres tipos de análisis dinámicos son los siguientes:



1. Cálculo de las frecuencias y modos propios de vibración: La vibración libre de un cuerpo elástico se realiza en frecuencia y tomando formas que le son características, denominadas frecuencias y modos propios de vibración. El análisis de nodos y frecuencias propias de vibración se realiza con el objetivo de conocer el comportamiento dinámico del componente o estructura y determinar posibles áreas de conflicto, como por ejemplo la generación de resonancia.
2. Cálculo de la respuesta en función del sistema: Este tipo de análisis permite determinar la respuesta vibratoria y tensional de una estructura cuando es activada mediante una carga senoidal con amplitud y frecuencia variable.
3. Cálculo y respuesta a una sollicitación transitoria: Este tipo de análisis se pretende simular el efecto de una secuencia de carga real sobre la estructura, incorporando los efectos dinámicos.

2.5 APLICACIONES PARA EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

El método de elementos finitos puede ser utilizado en infinidad de disciplinas debido a que puede determinar cualquier tipo de incógnitas.

En el campo de la ingeniería, especialmente en la mecánica, existen diferentes aplicaciones del método de elementos finitos, que van desde la simulación de flujo de fluidos, el análisis de esfuerzos estructurales, la transferencia de calor y el análisis de multi-fenómeno para la determinación de secuencias mecánicas.

Cabe aclarar que el área de elementos finitos es un campo que está en continuo desarrollo, por lo que día con día, los investigadores de diferentes partes del mundo están creando nuevas aplicaciones que vuelven mucho más eficiente el método y a la vez se les ofrecen mucho más ventajas a los usuarios.

Los campos en los que más frecuentemente se utiliza el análisis por elementos finitos son:

1. Mecánica de sólidos. Estructuras: La industria aeroespacial usa el método de elementos finitos para determinar la respuesta estática y dinámica de los aviones y las naves espaciales ante la gran variedad de ambientes y condiciones que encuentran durante su funcionamiento. Para realizar un análisis de elementos se dividen en reiteradas ocasiones para el análisis de los componentes.
2. Mecánica de fluidos: Un ejemplo de una aplicación del método del elemento finito en la mecánica de fluidos es el problema del flujo de aire alrededor de la ala de un avión. La solución del modelo de elementos finitos permite el cómputo de las fuerzas que actúan sobre dicha ala.
3. Transferencia de calor: Un ejemplo de la aplicación del método del elemento finito a esta área es en torno a un motor de turbina de gas. La temperatura de funcionamiento

alcanza niveles muy altos en el motor y ciertos componentes deben ser enfriados para que soporten y puedan seguir funcionando correctamente. Las aspas en el motor generalmente contienen cavidades para que permitan el paso de una corriente de aire refrigerante hacia el interior de la aspa para cumplir con el objetivo de evitar el sobrecalentamiento.

2.6 CONCEPTOS BASICOS NECESARIOS EN EL DESARROLLO DEL METODO DE ELEMENTOS FINITOS.

1. Esfuerzos y equilibrio: Un cuerpo tridimensional que ocupa un volumen, denotado por V , y que tiene una superficie S se muestra en la siguiente figura (figura 4).

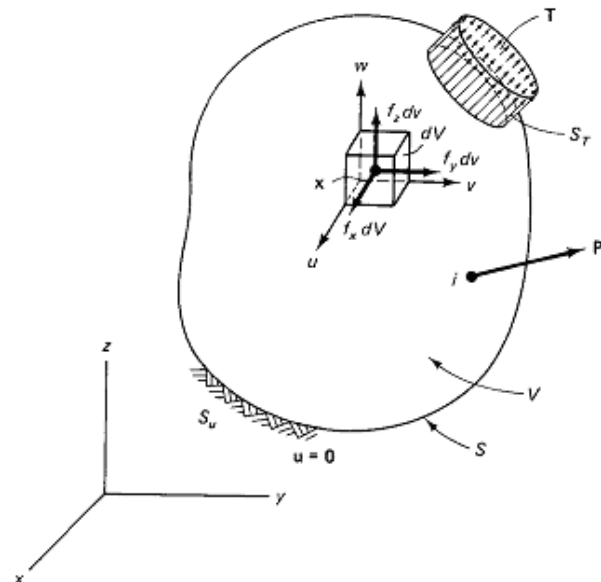


Figura.2.4 Cuerpo tridimensional sometido a cargas y presiones

Cualquier punto en este cuerpo está definido por las coordenadas x, y, z . La superficie o frontera está restringida a una región, donde el desplazamiento está especificado. Sobre una parte de la superficie se aplica una carga distribuida por unidad de área, esta fuerza de tracción se denomina T . Bajo esta carga, el cuerpo se deforma.

La deformación de un punto $x = [x, y, z]^T$ está dada por los tres componentes de su desplazamiento:

$$u = [u, v, w]^T$$

La fuerza distribuida por unidad de volumen, por ejemplo, el peso por unidad de volumen es el vector f definido por:

$$f = [f_x, f_y, f_z]^T$$

La fuerza aplicada que actúa sobre el volumen elemental dV se observa en la figura. La fuerza superficial T puede definirse por los valores de sus componentes sobre puntos definidos en la superficie:

$$T = [T_x, T_y, T_z]^T$$

Ejemplos de tracción son fuerzas distribuidas de contacto y acción de presión. Una carga P que actúa en un punto i se representa por sus tres componentes:

$$P_i = [P_x, P_y, P_z]^T$$

Los esfuerzos que actúan sobre el volumen dV se muestran en la siguiente figura (Figura 5).

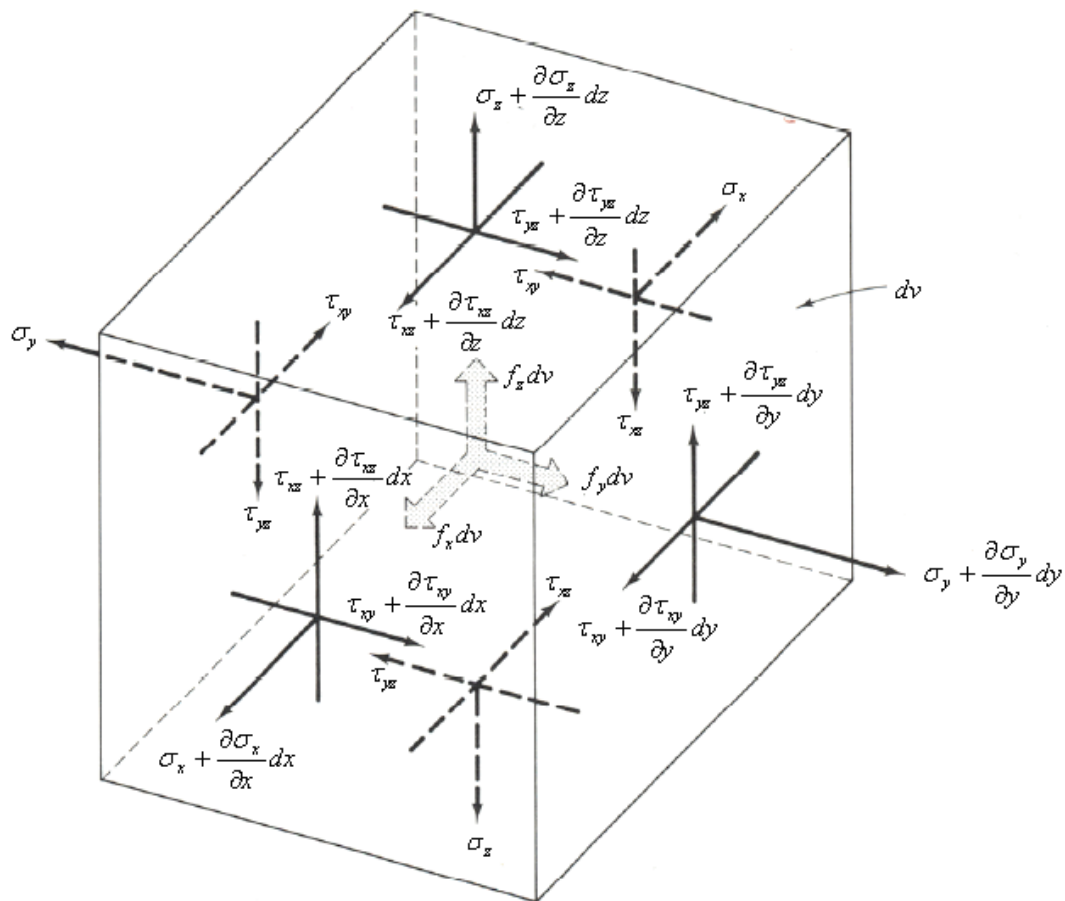


Figura. 2.5 Esfuerzos sobre elemento diferencial en cada una de sus superficies coordenadas

El tensor de tensiones es una matriz simétrica (3 x 3). Sin embargo, para facilitar las operaciones matriciales y su notación, se define mediante un vector de la siguiente forma:

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad [\sigma] = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]^T$$

Figura. 2.6 Matriz de tensiones y representación vectorial simplificada.

Siendo $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ los esfuerzos normales y $\tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}$, los esfuerzos cortantes. Las ecuaciones de equilibrio del sistema para este elemento diferencial ($dV = dx.dy.dz$) son:

$$\sum F_x = 0; \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + f_x = 0$$

$$\sum F_y = 0; \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + f_y = 0$$

$$\sum F_z = 0; \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + f_z = 0$$

2. Condiciones de frontera.

Para evitar movimientos de sólido rígido y poder estimar el estado de deformaciones y tensiones producidas por las cargas externas aplicadas sobre el sistema, es necesario restringir el movimiento de parte de su dominio ($u = 0$ para el dominio S_u)

Las fuerzas aplicadas deben tratarse como cargas distribuidas sobre áreas pequeñas pero finitas. Estas condiciones se definen en el dominio S_T

3. Relación deformación-desplazamiento.

De la misma manera que ocurre con el tensor de tensiones, las deformaciones del elemento pueden representarse mediante el siguiente vector simplificado:

$$[\varepsilon] = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]^T$$

Siendo $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ las deformaciones normales y $\gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}$ las deformaciones por esfuerzo cortante.



4. Relación esfuerzo-deformación.

Para materiales que presentan un comportamiento elástico lineal, la relación esfuerzo deformación viene definida por la ley de Hooke. En el caso particular de trabajar con materiales isótropos, las constantes elásticas que caracterizan su comportamiento mecánico son; el módulo de Young o módulo de elasticidad (E) y el módulo de Poisson (ν).

Considerando un cubo diferencial definido en el interior del dominio del sistema, la ley de Hooke se plantea conforme a las siguientes fórmulas matemáticas:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{(\sigma_y + \sigma_z)}{E}; \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{(\sigma_z + \sigma_x)}{E}; \quad \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{E}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

Siendo G el módulo de cortadura del material, definido por la siguiente relación matemática:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Desarrollando las ecuaciones anteriores, y despejando las componentes de tensión ($[\sigma] = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{xy}]$) en función de las componentes de deformación ($[\varepsilon] = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}, \gamma_{xy}]$), se obtiene la siguiente relación matricial:

$$[\sigma] = [D][\varepsilon]$$

Siendo;

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5-\nu \end{bmatrix}$$



5. Efecto de la temperatura.

Si existe un incremento en la temperatura $\Delta T^a(x, y, z)$ con respecto a la temperatura original, la deformación asociada se puede considerar fácilmente. Para materiales isótropos, el incremento de temperatura da como resultado una deformación uniforme, la cual depende del coeficiente de expansión lineal α del elemento. Este se asume como constante dentro del rango de variación de temperatura. La deformación producto de este cambio de temperatura no provoca ningún esfuerzo cuando el cuerpo tiene libertad de deformarse.



3. UNIONES ATORNILLADAS PRETENSADAS.

3.1 INTRODUCCIÓN.

En general las estructuras de acero están formadas por piezas simples o compuestas que se unen entre sí para resistir conjuntamente. Para ello se debe garantizar que las uniones son capaces de transmitir adecuadamente esfuerzos mecánicos de un elemento a otro.

No es necesario insistir sobre la importancia que tienen las uniones, pues es suficiente que falle una de ellas para ocasionar la ruina total o parcial de la estructura. En consecuencia, en un proyecto de estructura metálica es importantísimo estudiar el comportamiento mecánico de todas estas uniones.

Es conveniente advertir que el comportamiento de las uniones es bastante complejo con un alto grado de indeterminación, lo que hace imposible un análisis riguroso. De ahí que las fórmulas que se aplican para su dimensionado estén basadas en consideraciones empíricas y en resultados de ensayos correctamente realizados.

Existen varios medios de unión. Unos son fijos, remaches (roblones) y soldaduras; y otros desmontables, tornillos. El remache, ha sido el elemento de unión más empleado en la construcción metálica si bien, hoy en día, prácticamente no se utiliza en nuestro país.

Los tornillos se utilizan, fundamentalmente, en construcciones desmontables, uniones provisionales y uniones de montaje de cierta entidad ya que constituyen un medio de unión de fácil control de ejecución.

Entre sus ventajas frente a las uniones soldadas, se destacan:

1. La ejecución de las uniones puede realizarse en condiciones atmosféricas desfavorables.
2. Menores costos de control de calidad.
3. Plazos de ejecución más cortos.
4. Mejor comportamiento frente a la fatiga y a la rotura frágil

Como desventajas:

1. Sobre coste de gastos de proyecto como consecuencia de su cálculo y representación.
2. El montaje de las piezas es más exigente al precisar tolerancias más reducidas.
3. Aspecto menos estético que las uniones soldadas.

De acuerdo con la puesta en carga de los tornillos cabe distinguir: Tornillos ordinarios, tornillos calibrados y tornillos pretensados. Estos últimos se pretensan y transmiten las cargas por descompresión de las chapas y tracción de los tornillos, mientras que los tornillos ordinarios y calibrados transmiten las cargas por tracción, corte y aplastamiento.

En este proyecto se va a estudiar el comportamiento que tienen las uniones atornilladas pretensadas.

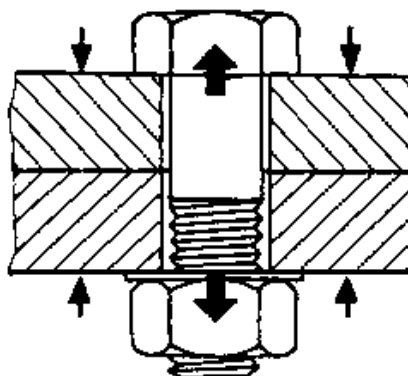


Figura 3.1 Unión atornillada pretensada.

En los tornillos pretensados el apriete inicial N_0 aplasta las placas entre sí, de manera que cuando el esfuerzo N tiende a separarlas, al ser éstas mucho más rígidas que el tornillo, éste apenas toma parte de la carga de tracción. Se estima que ante un esfuerzo de tracción N , el tornillo absorbe solamente el 20 % y las placas el 80 % de este esfuerzo de tracción. Hasta que las placas no se separan, momento en el cual el tornillo toma toda la carga, esta ley de reparto de cargas permite que el tornillo apenas trabaje.

Lo habitual es apretar el tornillo hasta conseguir en su espira una tensión de tracción, como mínimo del 80 % de su límite elástico (f_y). Esto puede conseguirse midiendo el momento de torsión final aplicado a la tuerca mediante una llave dinamométrica.

Las uniones con tornillos pretensados son más eficaces que las uniones realizadas con tornillos sin pretensar ya que resisten mejor los efectos de fatiga al no depender su tensión directamente de la carga exterior. Además, el rozamiento existente evita que los tornillos trabajen a cortadura. En definitiva, la unión es mucho más rígida, menos deformable y tiene un comportamiento óptimo en el estado límite de servicio.

3.2 ELEMENTOS DE UNIÓN. TORNILLOS.

El propósito de un tornillo consiste en sujetar dos o más partes. La carga de sujeción estira o alarga el tornillo. La carga se obtiene girando la tuerca hasta que el tornillo se alargue casi hasta su límite elástico. Si la tuerca no se afloja, la tensión en el tornillo permanece como la fuerza de precarga o sujeción. Cuando se aprieta, el mecánico debe, si es posible, mantener estacionaria la cabeza del tornillo y girar la tuerca; de esta manera el cuerpo del tornillo no sentirá el par de torsión de fricción de la rosca.

En la figura 2 se presenta un dibujo de un perno estándar de cabeza hexagonal. Los puntos de concentración de esfuerzo se encuentran en el entalle, al inicio de los hilos y en el entalle de la raíz del hilo, en el plano de la tuerca cuando esta presente. El diámetro de la cara de la arandela es el mismo que el ancho entre las caras planas de la cabeza hexagonal.

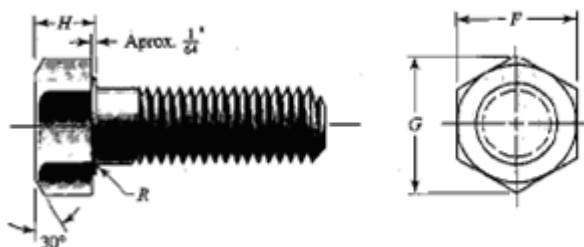


Figura 3.2 Tornillo de cabeza hexagonal.

La longitud ideal del tornillo es aquella donde solo se proyectan uno o dos hilos de la tuerca después de que se aprieta. Los agujeros de los tornillos quizás presenten rebabas o bordes agudos después de su formado, que podrían penetrar en el entalle e incrementar la concentración del esfuerzo. Por lo tanto, para prevenir esto, siempre hay que usar arandelas debajo de la cabeza del perno. Deben ser de acero endurecido y cargadas en el perno de manera que el borde redondeado del agujero estampado esté de frente al tornillo. Se necesita emplear arandelas debajo de la tuerca.

La cabeza de un tornillo hexagonal es un poco más delgada que la de un perno de cabeza hexagonal. Los tornillos de cabeza hexagonal se emplean en las mismas aplicaciones que los pernos y también en los que uno de los elementos sujetos está roscado.

El material de la tuerca debe seleccionarse con cuidado para igualar al del perno. Durante el apriete, el primer hilo de la tuerca tiende a tomar toda la carga; pero ocurre la fluencia, con algún endurecimiento debido al trabajo en frío que tiene lugar, y a la larga la carga se divide en casi tres hilos de la tuerca. Por esta razón nunca hay que reutilizar tuercas usadas con anterioridad.



3.3 UNIONES: RIGIDEZ DEL TORNILLO.

Cuando se desea una conexión que se pueda desensamblar sin emplear métodos destructivos y que sea suficientemente fuerte para resistir cargas externas de tensión, cargas debidas a momentos y cargas de cortante, o una combinación de éstas, entonces una buena solución es la unión atornillada simple que tenga arandelas de acero endurecido.

Como se ha explicado anteriormente, el propósito del tornillo consiste en transmitir esfuerzos mecánicos entre dos o más elementos (placas). Apretando la tuerca se estira el tornillo, de esta manera se produce la fuerza de sujeción, que se llama pre-tensión o precarga del tornillo. Esta tensión de pretensión en el tornillo induce compresión en los elementos (placas).

La rigidez de la parte de un perno o de un tornillo dentro de la zona de sujeción en general consistirá en dos partes: la de la parte del cuerpo sin rosca y la de la parte con rosca. Así, la constante de la rigidez del perno equivale a la rigidez de dos resortes en serie.

$$\delta_s = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

La resiliencia elástica es la inversa de la rigidez. En la VDI 2230 se calcula la resiliencia total del tornillo.

3.4 UNIONES: RIGIDEZ DEL ELEMENTO.

En esta sección se va estudiar la rigidez de los elementos en la zona de sujeción (placas). Con objeto de aprender qué sucede cuando la conexión ensamblada se somete a una carga externa de tensión es necesario conocer ambas rigideces.

Puede haber más de dos elementos incluidos en el agarre del tornillo. En conjunto actúan como resortes de compresión en serie y de aquí que la relación total de los elementos están dados por

$$\delta_p = \frac{1}{k_m} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_i}$$

δ_p Es la resiliencia elástica de las placas.

Los resultados demuestran que la presión permanece alta hasta aproximadamente 1.5 radios del perno. Sin embargo, disminuye mientras más alejada éste del perno. Así se sugiere emplear el método del cono de presión de Rotscher para los cálculos de la rigidez con un ángulo variable del cono. El ángulo del cono varía entre 25° y 33° para la mayoría de las combinaciones.

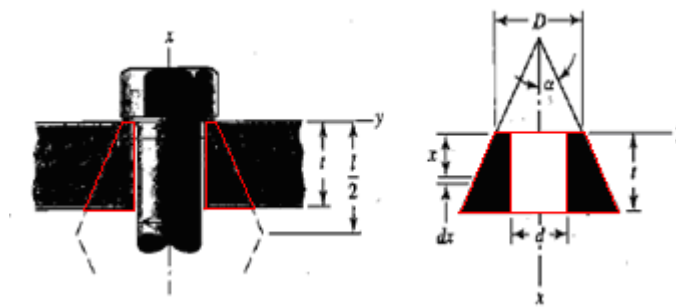


Figura 3.3 Cono de compresión de Rotscher.

3.5 RESISTENCIA DEL TORNILLO.

Los tornillos sometidos a carga axial de fatiga fallan en el entalle debajo de la cabeza, en la terminación de la rosca y en el primer hilo acoplado en la tuerca. Si la terminación de la rosca tiene un ángulo del semi-cono de 15° o menor, el esfuerzo resulta mayor en el primer hilo acoplado en la tuerca.

Las tuercas se denominan en grados, de modo que se puede acoplar con su grado correspondiente del tornillo. El fin de la tuerca consiste en hacer que sus hilos flexionen para distribuir la carga del perno de manera más uniforme en la tuerca. Con objeto de lograr esto se controlan las propiedades de la tuerca. El grado de la tuerca debe ser igual al grado del perno.

3.6 UNIONES A TENSIÓN: LA CARGA EXTERNA

Ahora, se debe considerar, qué sucede cuando se aplica una carga externa de tensión P a una unión con tornillos. Por supuesto se necesita suponer que la fuerza de sujeción, a la que se le llama precarga F_i se ha aplicado de manera correcta apretando la tuerca antes de aplicar P . Se emplea la nomenclatura siguiente:

F_{Mzul} = Precarga.

F_{Amax} = Carga externa de tensión.

P_s = Parte de P tomada por el perno. $P_s = \Phi * F_{Amax}$

P_p = Parte de P tomada por los elementos (placas). $P_p = (1 - \Phi) * F_{Amax}$

$F_{Smax} = P_s + F_{Mzul}$ = Carga resultante en el perno.

$F_{Pmax} = P_p - F_{Mzul}$ = Carga resultante en los elementos.

Φ = Fracción de la carga externa P soportada por el perno.

$1 - \Phi$ = Fracción de la carga externa P soportada por los elementos.



La carga P es de tensión y causa que la conexión se alargue, o se estire. Dicha elongación se relaciona con la rigidez, recordando que k es la fuerza dividida entre la deformación.

$$\Phi = \frac{k_s}{k_s + k_p} = \frac{\delta_p}{\delta_s + \delta_p} \text{ donde;}$$

Φ es el coeficiente de reparto.

k_s es la rigidez del tornillo.

k_p es la rigidez de la placa.

δ_s es la resiliencia elástica del tornillo.

δ_p es la resiliencia elástica de la placa.

En todos los casos las placas toman más de un 80% de la carga externa. Por lo que este tipo de unión trabaja muy bien para una carga de fatiga. Un agarre más largo del tornillo causa que las placas tomen un porcentaje aún mayor de la carga externa.

3.7 RELACIÓN DEL PAR DE TORSIÓN CON LA TENSION DEL TORNILLO.

Por lo general la elongación de un tornillo no se puede medir, porque el extremo roscado a menudo se encuentra en un agujero ciego. También es impracticable en muchos casos medir la elongación del perno. En tales casos hay que estimar el par de torsión de la llave que se requiere para desarrollar la precarga especificada. Así, se utiliza una llave dinamométrica, un dispositivo neumático de impacto o el método de giro de una tuerca.

La llave dinamométrica tiene una carátula incorporada que indica el par de torsión adecuado.

En las llaves de impacto, la presión del aire se ajusta de manera que la llave se detiene cuando se obtiene el par de torsión adecuado; o en algunas llaves el aire se corta de manera automática al alcanzar el par de torsión deseado.

El método de giro de la tuerca requiere que primero se defina el significado de apriete firme. La condición de apriete firme se define como el apriete que se logra con algunos golpes de una llave de impacto, o bien es el esfuerzo total realizado por una persona con una llave ordinaria. Cuando la condición de ajuste firme se obtiene, todos los giros adicionales desarrollan tensión útil en el perno. El método de giro de la tuerca requiere que se calcule el número fraccional de vueltas necesario para desarrollar la precarga requerida, a partir de la condición de apriete firme. Por ejemplo, para pernos estructurales pesados de cabeza hexagonal, la especificación de giro de la tuerca establece que la tuerca se debe girar un mínimo de 180° a partir de la condición de apriete firme, bajo las condiciones óptimas.

El coeficiente de fricción depende de la uniformidad de la superficie, de la precisión y del grado de lubricación.

En la figura 3.4 está el diagrama del esfuerzo-deformación de un material de buena calidad para tornillo. Se puede apreciar como no hay un punto de fluencia bien definido y que el diagrama progresa de manera uniforme hasta la fractura, lo que corresponde a la resistencia a la tensión, lo cual significa que no importa cuanta precarga se le aplique al perno: retendrá su capacidad de soporte de carga. Esto es lo que mantiene firme al tornillo y determina la resistencia de la unión. La pre-tensión es el “músculo” de la unión y su magnitud se determina por la resistencia del tornillo. Si no se emplea toda la resistencia del perno para desarrollar la pretensión, entonces se desperdicia dinero y la unión es más débil.

Los tornillos de buena calidad se pueden precargar en el intervalo plástico para que desarrollen más resistencia. Una fracción del par de torsión del tornillo usado para el apriete produce torsión, lo que incrementa el esfuerzo principal de tensión. Sin embargo, la torsión se mantiene solo por fricción de la cabeza del tornillo y por la tuerca; con el tiempo se relaja y disminuye un poco la tensión en el tornillo. Así como una regla, un tornillo se fracturará durante el apriete, o no se fracturará.

Sobre todo no hay que confiar mucho en el par de torsión del torquímetro, ya que no es un buen indicador de precarga. Se debe utilizar, cuando sea posible, la elongación real del tornillo, sobre todo con carga por fatiga. De hecho si se requiere una confiabilidad alta del diseño, entonces la precarga se determinará mediante la elongación del tornillo.

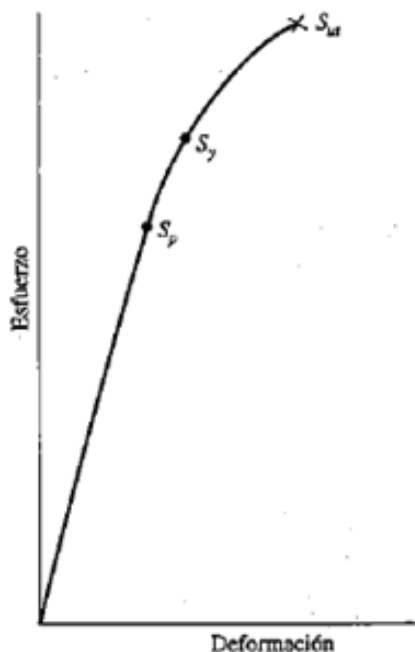


Figura 3.4. Diagrama esfuerzo-deformación.



4. METODOLOGÍA DESARROLLADA PARA EL DIMENSIONADO DE UNIONES PRETENSADAS.

4.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE LA NORMA. VDI 2230.

En este apartado se va a explicar los pasos que se siguen en el método VDI 2230.

R0 DETERMINACIÓN DEL DIAMETRO NOMINAL

En este apartado se ha de determinar el diámetro nominal que se va a usar en nuestra unión.

Mediante la fuerza axial que le llega a la porción de placa donde se encuentra el tornillo y la dureza del tornillo se mira en la tabla A7 y se elige el diámetro nominal.

R1 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE APRIETE α_A

El coeficiente α_A depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Se pone $\alpha_A = 1$ porque en el FEM esto no se tiene en cuenta.

R2 DETERMINACIÓN DE LA MÍNIMA PRECARGA

La determinación de la fuerza mínima de precarga tiene que cumplir los siguientes requisitos.

1. Es necesario que la fuerza mínima de precarga contrarreste cualquier fuerza de cortadura o cualquier momento en el eje del tornillo. En este caso en el eje del tornillo solo se tiene una carga axial por lo que no se necesita ninguna fuerza mínima de precarga en este requisito.
2. Es necesario una fuerza mínima para conseguir el sellado entre ambas placas. En este caso no existe ningún fluido por lo que no se necesita ninguna fuerza mínima de precarga.
3. Se necesita que la fuerza mínima de precarga que se aplica al tornillo impida que las placas se separen.



R3 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE REPARTO Φ

Para determinar el coeficiente de reparto es necesario anteriormente calcular la resiliencia elástica del tornillo δ_s y la resiliencia elástica de la placa δ_p .

Para calcular la resiliencia elástica de tornillo es necesario dividirlo en diferentes partes:

1. Resiliencia elástica de la cabeza hexagonal del tornillo. δ_{SK} .
2. Resiliencia elástica de la parte de rosca del tornillo que no se usa. δ_{Gew} .
3. Resiliencia elástica de la parte de rosca que se usa en el tornillo. δ_{GM} . Esta resiliencia es la suma de la resiliencia elástica de la rosca del tornillo que esta en contacto con la tuerca δ_G y la resiliencia elástica de la tuerca δ_M .
4. Resiliencia elástica de la parte n roscada del vástago del tornillo. δ_1 .

Para calcular la resiliencia de la placa es necesario calcular el diámetro mayor del cono de compresión $D_{A,Gr}$. Este diámetro depende de varios factores:

1. Diámetro medio de la cabeza del tornillo. d_w .
2. Tipo de unión. Para uniones con tornillo y tuerca ($w = 1$).
3. Suma de espesores de la placa. l_K .
4. De la tangente del ángulo que forma el cono de compresión con el eje del tornillo.

Este diámetro de compara con el diámetro que forma la interfase entre placas de la porción de placa correspondiente a cada tornillo D_A .

Si $D_A > D_{A,Gr}$ se utiliza la ecuación (5.1/24) de la VDI 2230.

Si $d_w < D_A < D_{A,Gr}$ se utiliza la ecuación (5.1/25) de la VDI 2230.

Para determinar el coeficiente de reparto es necesario calcular el factor de introducción de carga n . Dado que el caso que se estudia la introducción de carga se da justo debajo de la cabeza del tornillo y tuerca, se supone el caso extremo $n = 1$.

Con la resiliencia elástica del tornillo, resiliencia elástica de la placa y el factor de introducción de carga se obtiene el coeficiente de reparto.



R4 DETERMINACIÓN DE LAS PERDIDAS DE PRECARGA DEBIDO A LA INCRUSTACIÓN.

Existen pérdidas de precarga debido a diferentes causas:

1. Apriete de los tornillos en el área circundante.
2. Incrustación de las superficies de contacto.
3. Pequeño aflojado por la propia rotación de la tuerca sobre los filetes.
4. Relajación de los materiales.
5. Cambios de temperatura.
6. Sobrecarga en la unión.

f_z es la suma de pérdidas de precarga que hay en la rosca, entre interfases de placas, en la cabeza y tuerca del tornillo. Estos valores se ven en la tabla 5.4/1. Depende de la rugosidad y del tipo de carga.

R5 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA MÍNIMA DE PRECARGA

Es la fuerza mínima de precarga para absorber la descompresión de las placas y las pérdidas de precarga debido a la incrustación.

Esta fuerza mínima de precarga depende del coeficiente de reparto, de la fuerza axial que le llega a la porción de placa donde se encuentra el tornillo y de la pérdida de debida a la incrustación.

R6 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE PRECARGA MAXIMA.

La relación entre la fuerza mínima de precarga y la fuerza máxima de precarga depende del factor de apriete α_A . Como se ha dicho anteriormente $\alpha_A = 1$, la fuerza mínima y la fuerza máxima serán iguales.

R7 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE MONTAJE

Esta fuerza de montaje se obtiene de la tabla A1 a partir del coeficiente de fricción entre placas, métrica del tornillo y dureza del tornillo.

Esta fuerza de montaje nos da para una tensión de pretensión del 0,9 del límite elástico. Como este conjunto está pretensado al 0,8 del límite elástico, esta fuerza de montaje la multiplicaremos por el ratio.



R7.1 DETERMINACIÓN DE LA TENSION DEL TORNILLO DEBIDA A LA PRECARGA

Si se pretensiona el tornillo al 80 % del límite elástico la tensión de pretensión es un poco mayor que la que nos da la norma (tabla A.1).

Esto es debido a que existen perdidas de precarga debidas al efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y la tuerca.

Es necesario pretensionar el modelo FEM a la misma tensión que la norma VDI2230 para poder comparar posteriormente los resultados obtenidos.

R8 DETERMINACIÓN DE LA TENSION DE TRABAJO

En este apartado se va a determinar la tensión a la que trabaja el tornillo.

Esta tensión axial depende de la tensión de pretensión, coeficiente de reparto y de la fuerza axial que llega a la porción de placa donde se encuentra el tornillo.

Esta es la tensión que se comparará con la tensión obtenida por el método FEM.

También se calcula la tensión máxima de cortadura y la tensión total del tornillo.

R9 DETERMINACIÓN DE LA TENSION DE FATIGA

En nuestros modelos de FEM no hemos aplicado ningún esfuerzo de fatiga

R10 DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN MAXIMA DE LA PLACA

En este apartado se va a determinar si la presión a la que se somete la placa sobrepasa o no el límite de presión en la superficie. En este caso se tiene en cuenta las arandelas ya que en el montaje final se montará con estas.

Tensión de rotura por compresión para un acero estructural plano según DIN50.150 es $P_G = 710 \text{ MPa}$. Aproximadamente $\sigma_{RC} = 2 \cdot \sigma_e$.

En primer lugar se determina la presión máxima cuando se somete a la tensión de pretensión.

En segundo lugar se calcula la tensión máxima cuando se somete a la placa a la tensión de trabajo.

Ambas tensión deben ser inferiores al límite de presión para un acero estructural.



R11 DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD MINIMA DE ROSCADO.

En este apartado se determina la longitud mínima de roscado para el caso de uniones con tornillo y placa roscada.

Para uniones con tornillo pasante y tuerca la norma dice que la longitud mínima de la tuerca cumple esta longitud mínima.

R12 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE SEGURIDAD PARA EVITAR EL ROZAMIENTO ENTRE PLACAS.

Al ser $F_{Kerf} = 0$, no hace falta calcular este factor de seguridad.

R13 DETERMINACIÓN DEL PAR DE APRIETE

El par de apriete se obtiene de la tabla A1. Según la métrica, dureza del tornillo y coeficiente de fricción elegimos el par de apriete.



4.2 MÉTODO FEM

La utilización del método FEM permite realizar diseños de uniones con configuraciones matriciales de tornillos sometidos a componentes de carga especiales, que no quedan definidas en la normativa VDI2230.

Para ello, y con el objeto de evaluar la fiabilidad del método FEM, se han elegido ejemplos sencillos que permiten correlacionar los resultados obtenidos con aquellos analíticos, fruto de la aplicación directa de la normativa VDI2230.

El modelo FEM propuesto se define automáticamente a partir de un fichero de trabajo programado en lenguaje PCL (PATRAN COMMAND LANGUAGE), similar a la arquitectura FORTRAN, pero sujeto a comandos especiales de MSC.

El modelo FEM resultante de la ejecución de este fichero contiene las siguientes características principales:

1. Modelización geométrica sencilla y parametrizada, que permite definir la disposición matricial de tornillos, métricas y dimensiones principales de las placas como el usuario decida.
2. Mallado automático de las placas y de los tornillos. Para las placas se utilizan elementos sólidos de ocho nudos y para los tornillos, elementos viga según formulación EULER-BERNOULLI.
3. Generación automática de pares de contacto mediante elementos muelle nudo a nudo (elementos GAP). Estos muelles, de rigidez no lineal, permiten la separación libre de los nudos, pero imponen una rigidez muy elevada a movimientos relativos de “compresión” (penetración de nudos)
4. Aplicación automática de la pretensión de los tornillos por enfriamiento controlado. Para ello, es necesario definir el coeficiente de dilatación térmica del material asociado a los mismos.
5. Aplicación automática de las acciones y reacciones que llegan al centro geométrico de la unión. La transmisión de cargas se realiza mediante ecuaciones de acoplamiento no rígidas para poder evaluar la flexión inducida en las placas, y en consecuencia, separaciones de la unión no deseables bajo cargas “límite de servicio”. Bajo cargas “últimas de trabajo”, el criterio de separación no es limitante.
6. Definición automática de los casos de carga y de todos los parámetros de cálculo necesarios para la generación del fichero de entrada al programa de cálculo

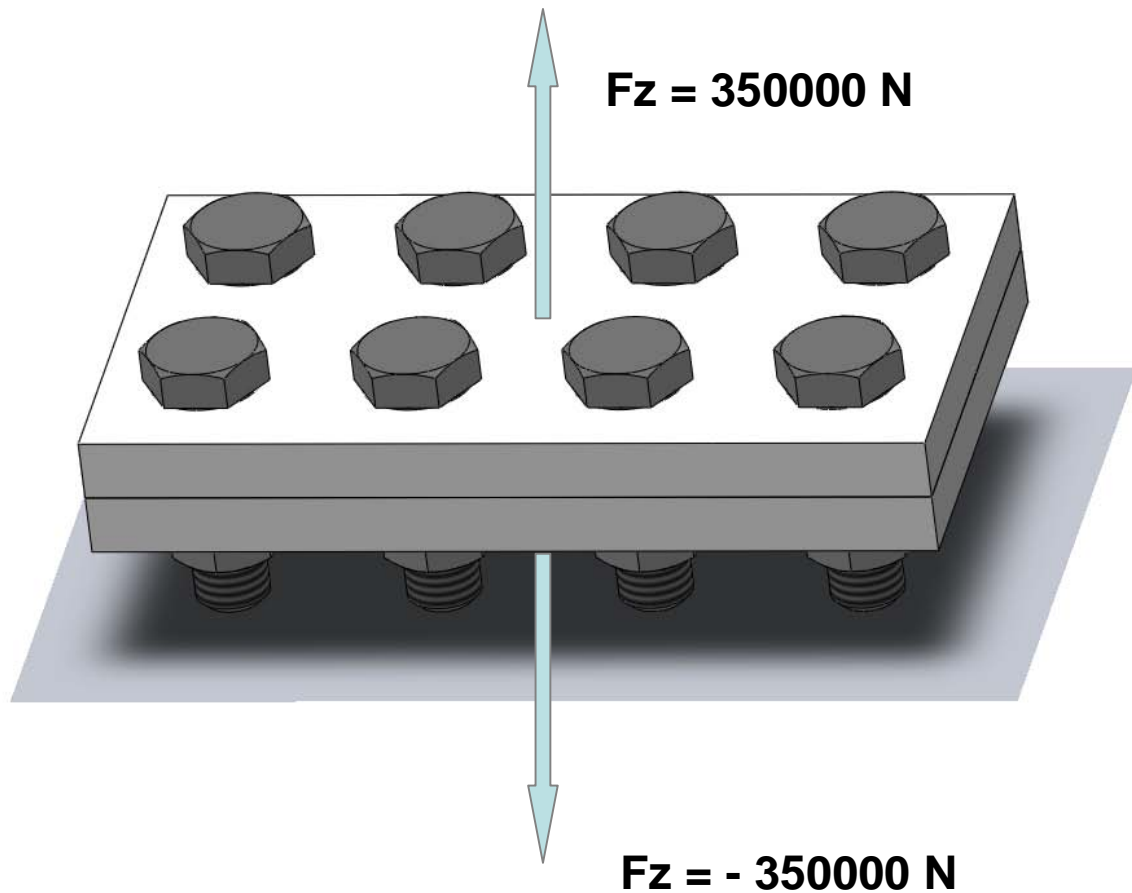
El fichero de texto generado es ejecutado por el usuario en el solver de elementos finitos utilizado, en este caso, MSC.NASTRAN. Finalmente, los resultados se importan en el post-procesador, de manera que puede realizarse un tratamiento detallado de todos los datos que se consideren interesantes (tensiones en tornillos y placas, deformaciones del sistema, separaciones puntuales de contactos...)

Estos datos se comparan con los obtenidos de la aplicación directa de la normativa VDI2230, de forma que puede evaluarse la fiabilidad del método.

En los siguientes apartados se detalla el modelo FEM utilizado en cada uno de los ejemplos seleccionados, así como la calidad de la correlación obtenida.

5. APLICACIONES PRÁCTICAS.

5.1 EJEMPLO 1: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (4X2) BAJO CARGA AXIAL.



5.1.1 INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA.

El caso de carga de esta matriz será una fuerza axial. $F_z = 350000 \text{ N}$.

Nuestra distribución de tornillos es una matriz 4x2. Esta tendrá dos filas y en cada fila 4 tornillos.

Las dimensiones de las placas serán:

Longitud placa. $L1 = 207 \text{ mm}$.
Anchura placa. $L2 = 117 \text{ mm}$.
Espesor. $e = 15 \text{ mm}$.

Los tornillos de nuestra unión cumplen la norma DIN 931. La métrica de los tornillos que vamos a usar en este ejemplo son M 18, y dureza 10.9.

Las dimensiones del tornillo son:

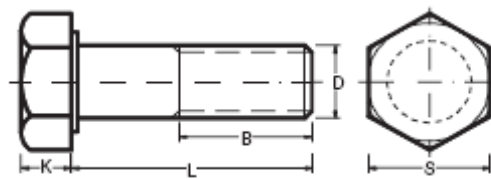


Figura. 5.1.1. Dimensiones del tornillo.

$K = 12 \text{ mm}$.
 $L = 60 \text{ mm}$.
 $B = 42 \text{ mm}$.
 $S = 27 \text{ mm}$.

Las dimensiones de la tuerca son:

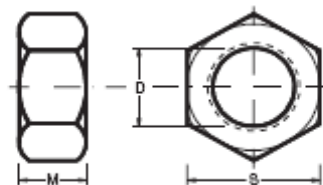


Figura. 5.1.2. Dimensiones de la tuerca.

$M = 15 \text{ mm}$.
 $S = 27 \text{ mm}$.

El diámetro resistente del tornillo lo calculamos despejando el diámetro del área resistente del tornillo. El área resistente del tornillo lo obtenemos de la tabla A11 de la VDI 2230.

$$M18 \rightarrow A_s = 193 \text{ mm}^2 \rightarrow A_s = \frac{\pi}{4}(d_s)^2 \rightarrow d_s = 15,67 \text{ mm.}$$

El diámetro de los agujeros de la placa serán $d_h = 20 \text{ mm}$.

El diámetro medio de la cabeza del tornillo lo obtenemos del catalogo de los tornillos. $d_w = 25,3 \text{ mm}$.

Si seccionamos nuestra unión atornillada podemos ver como queda alojado nuestro tornillo en las placas.

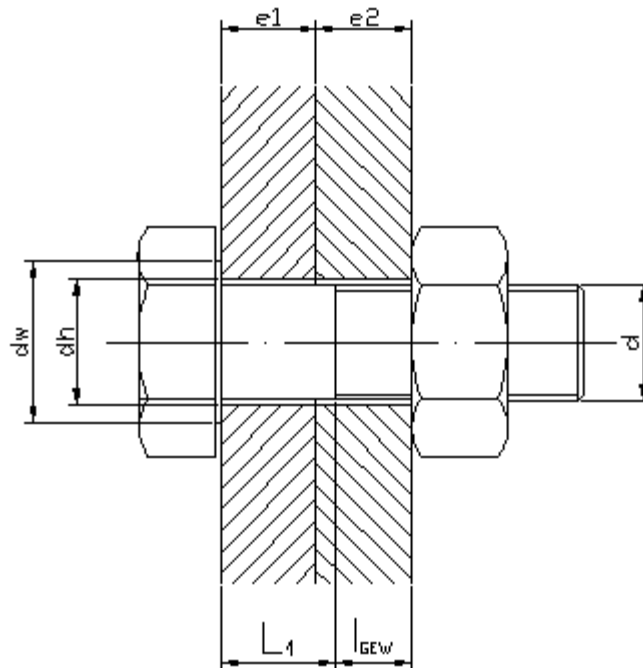


Figura. 5.1.3. Sección de la unión atornillada.

l_{Gew} es la longitud de rosca que no se usa. $l_{Gew} = 12 \text{ mm}$.

l_1 es la longitud de la parte del vástago no roscado del tornillo $l_1 = 18 \text{ mm}$.

$e1$ es el espesor de la placa 1. $e1 = 15 \text{ mm}$.

$e2$ es el espesor de la placa 2. $e2 = 15 \text{ mm}$.

5.1.2 RESOLUCIÓN CON EL METODO CUALITATIVO (VDI 2230).

R0 DETERMINACIÓN DEL DIAMETRO NOMINAL

El diámetro nominal del tornillo es determinado a partir de la tabla A7.

1	2	3	4
Load in N	Nominal diameter in mm		
	Strength grade		
	12.9	10.9	8.8
250			
400			
630			
1000	3	3	3
1600	3	3	3
2500	3	3	4
4000	4	4	5
6300	4	5	6
10000	5	6	8
16000	6	8	10
25000	8	10	12
40000	10	12	14
63000	12	14	16
100000	16	18	20
160000	20	22	24
250000	24	27	30
400000	30	33	36
630000	36	39	

Tabla. A7

Elegimos la mayor fuerza axial de los tornillos de la placa que nos ha dado el programa Patrón. Para elegir esta fuerza axial nuestra unión atornillada estará sin pretensar, así que toda la carga externa se distribuirá en traccionar los tornillos y no en descomprimir las placas.

En este caso nuestra fuerza axial máxima es **43750 N**.

En nuestro caso la carga axial será estática y concéntrica al tornillo por lo que no tenemos que aumentar ningún STEPS para el cálculo de F_M min.

Nuestra F_M min será **63000 N**.

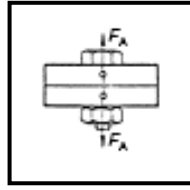


Figura. 5.1.4. Caso de carga axial concéntrica.

En el caso de uniones pretensadas donde se usa una llave dinamométrica es necesario aumentar 1 STEPS para el cálculo de F_M max.

Nuestra F_M max será **100000 N**.

Para el cálculo del diámetro nominal seleccionamos la fila de **100000 N**. Nuestro tornillo tiene una calidad (10.9) por lo que nuestro diámetro nominal del tornillo será **18 mm**.

R1 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE APRIETE α_A

α_A Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos $\alpha_A=1$ porque en el FEM no tenemos en cuenta esto.

R2 DETERMINACIÓN DE LA MINIMA PRECARGA

La mínima precarga F_{Kerf} es determinada a partir de los siguientes requerimientos.

$$F_{Kerf} \geq \max (F_{KQ}; F_{KP} + F_{KA})$$

F_{KQ} Es la mínima fuerza para contrarrestar una fuerza de cortadura. $F_{KQ} = 0$

$$F_{KQ} = \frac{F_{Q \max}}{q_F \cdot \mu_{T \min}}$$

F_{KP} Es la mínima fuerza para conseguir el sellado entre las placas. En nuestro caso no tenemos ningún fluido. $F_{KP} = 0$

$$F_{KP} = A_D \cdot p_{i, \max}$$

F_{KA} Es la mínima fuerza que hay que aplicar al tornillo para impedir que las placas se separen. $F_{KA} = 0$



$$F_{KA} = F_{Kab} = F_{A \max} \frac{A_D \cdot (a \cdot u - s_{\text{sym}} \cdot u)}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D} + M_{B \max} \frac{u \cdot A_D}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D}$$

a es la distancia entre la carga y el eje del tornillo. Como nuestra carga es concéntrica al tornillo $a = 0$.

s_{sym} Es la distancia entre el eje del tornillo y el eje de la porción de placa correspondiente a ese tornillo. Como los tornillos están centrados con respecto a sus porciones $s_{\text{sym}} = 0$

$M_{B \max}$ es un momento flector externo al tornillo $M_{B \max} = 0$

R3 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE REPARTO Φ

F_{SA} es la parte de F_A que se está llevando el tornillo. Tracción del tornillo.

F_{PA} es la parte de F_A que se están llevando las placas. Descompresión de las placas.

Φ es el coeficiente de reparto.

δ_S es la resiliencia elástica del tornillo.

δ_P es la resiliencia elástica de la placa.

Nuestro caso de carga es concéntrico y pretensado ($s_{\text{sym}} = 0$, $a = 0$).

$$\Phi_n = n \cdot \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}$$

Vamos a calcular la resiliencia elástica del tornillo δ_S .

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$



δ_{SK} es la resiliencia elástica de la cabeza hexagonal estándar.

$$\delta_{SK} = \frac{l_{SK}}{E_S \cdot A_N} , \quad \delta_{SK} = \frac{9mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 254,47 mm^2} = 1,68 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

Para uniones atornilladas $l_{SK} = 0,5 \cdot d$, $l_{SK} = 0,5 \cdot 18 = 9 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4}(18)^2 = 254,47 \text{ mm}^2$

δ_{Gew} es la resiliencia elástica de la parte de rosca no ocupada.

$$\delta_{Gew} = \frac{l_{Gew}}{E_S \cdot A_{d3}} , \quad \delta_{Gew} = \frac{12mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 175,1 mm^2} = 3,26 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

l_{Gew} es la longitud de rosca no ocupada. $l_{Gew} = 12 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 175,1 \text{ mm}^2$

δ_{GM} es la resiliencia elástica de la rosca en uso.

$$\delta_{GM} = \delta_G + \delta_M = 2,45 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} + 1,35 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} = 3,8 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

δ_G es la resiliencia elástica de la rosca del tornillo que esta en contacto con la tuerca.

δ_M es la resiliencia elástica de la tuerca.

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_s \cdot A_{d3}} , \quad \delta_G = \frac{9mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 175,1 mm^2} = 2,45 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$



l_G es la longitud de la rosca utilizada por la tuerca. $l_G = 0,5 \cdot d = 0,5 \cdot 18 = 9 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 175,1 \text{ mm}^2$

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_M \cdot A_N}, \delta_M = \frac{7,2 \text{ mm}}{210000 \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot 254,47 \text{ mm}^2} = 1,35 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N}$$

l_M es la longitud de rosca de la tuerca. Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $l_M = 0,4 \cdot d$. $l_M = 0,4 \cdot 18 = 7,2 \text{ mm}$.

E_M es el módulo de elasticidad de la tuerca. $E_M = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4} (18)^2 = 254,47 \text{ mm}^2$

δ_1 es la resiliencia elástica de la parte no roscada del vástago del tornillo.

$$\delta_1 = \frac{l_1}{E_S \cdot A_N}, \delta_1 = \frac{18 \text{ mm}}{210000 \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot 254,47 \text{ mm}^2} = 3,37 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N}$$

l_1 es la longitud de la parte del vástago del tornillo no roscado. $l_1 = 18 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4} (18)^2 = 254,47 \text{ mm}^2$

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$

$$\delta_S = 1,68 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 3,37 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 3,26 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 3,8 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} = 1,21 \times 10^{-6} \frac{\text{mm}}{N}.$$



Table A11. Nominal values for pitch, pitch diameter, stress cross section and cross section at minor diameter, and load $F_{0,2min}$ for shank bolts with metric standard and fine threads (pitch according to DIN 13-1 and -28; stress cross section and cross section at minor diameter according to DIN 13-28; minimum yield point according to DIN EN ISO 898-1)

Abmessung Size	Steigung Pitch	Flankendurch- messer Pitch diameter	Spannungs- querschnitt Stress cross section	Kern- querschnitt Cross section at minor diameter	Kraft an der Mindest-Streckgrenze Load at the minimum yield point $F_{0,2min} = R_{p0,2min} \cdot A_s$		
					Festigkeitsklasse/Strength grade		
					8.8	10.9	12.9
	mm	mm	mm ²	mm ²	N	N	N
Metrisches Regelgewinde/Metric standard thread							
M 4	0,7	3,545	8,78	7,749	5600	8900	9700
M 5	0,8	4,480	14,2	12,69	9100	13900	15600
M 6	1	5,350	20,1	17,89	12900	18900	22100
M 7	1	6,350	28,9	26,18	18500	27000	32000
M 8	1,25	7,188	36,6	32,84	23400	34500	40500
M 10	1,5	9,026	58,0	52,30	37000	55000	64000
M 12	1,75	10,883	84,3	76,25	54000	79000	93000
M 14	2	12,701	115	104,7	74000	108000	127000
M 16	2	14,701	157	144,1	100000	148000	173000
M 18	2,5	16,376	193	175,1	127000	181000	212000
M 20	2,5	18,376	245	225,2	162000	230000	270000
M 22	2,5	20,376	303	281,5	200000	285000	335000
M 24	3	22,051	353	324,3	233000	330000	390000
M 27	3	25,051	459	427,1	305000	430000	500000
M 30	3,5	27,727	561	519,0	370000	530000	620000
M 33	3,5	30,727	694	647,2	460000	650000	760000
M 36	4	33,402	817	759,3	540000	770000	900000
M 39	4	36,402	976	913,0	640000	920000	1 070 000
Metrisches Feingewinde/Metric fine thread							
M 8	1	7,350	39,2	36,03	25000	37000	43000
M 9	1	8,350	51,0	47,45	32500	48000	56000
M 10	1	9,350	64,5	60,45	41500	61000	71000
M 10	1,25	9,188	61,2	56,29	39000	58000	67000
M 12	1,25	11,188	92,1	86,03	59000	87000	101000
M 12	1,5	11,026	88,1	81,07	56000	83000	97000
M 14	1,5	13,026	125	116,1	80000	118000	138000
M 16	1,5	15,026	167	157,5	107000	157000	184000
M 18	1,5	17,026	216	205,1	143000	208000	238000
M 18	2	16,701	204	189,8	135000	192000	224000
M 20	1,5	19,026	272	259,0	180000	255000	300000
M 22	1,5	21,026	333	319,2	220000	315000	365000
M 24	1,5	23,026	401	385,7	265000	375000	440000
M 24	2	22,701	384	364,6	255000	360000	420000
M 27	1,5	26,026	514	497,2	340000	485000	570000
M 27	2	25,701	496	473,2	325000	465000	550000
M 30	1,5	29,026	642	622,8	425000	600000	710000
M 30	2	28,701	621	596,0	410000	580000	680000
M 33	1,5	32,026	784	762,6	520000	740000	860000
M 33	2	31,701	761	732,8	500000	720000	840000
M 36	2	34,701	915	883,8	580000	830000	970000
M 36	3	34,051	865	820,4	570000	810000	950000
M 39	2	37,701	1082	1049,0	714000	1 010 000	1 180 000
M 39	3	37,051	1028	979,7	680000	970000	1 130 000



Vamos a calcular la resiliencia elástica de la placa δ_p .

En primer lugar vamos a calcular el diámetro mayor del cono de compresión. $D_{A,Gr}$

$$D_{A,Gr} = d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi$$

Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $w = 1$.

d_w es el diámetro medio de la cabeza del tornillo. $d_w = 25,3$ mm.

l_K es la suma de espesores. $e_1 + e_2 = 15 + 15 = 30$ mm.

$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(\beta_L/2) + 0.153 \cdot \ln y$ [caso DSV]

$\tan \varphi$ es la tangente del ángulo que forma el cono de compresión.

$$\beta_L = \frac{l_K}{d_{w,m}} = \frac{30mm}{25,3mm} = 1,186 \text{ (es una relación entre longitudes)}$$

D_A diámetro en la interfase entre placas de la porción de placa correspondiente a cada tornillo.

En nuestra placa $D_A = D'_A$ ya que no tenemos chaflán.

$$y = \frac{D'_A}{d_w} = \frac{55,125mm}{25,3mm} = 2,179 \text{ (es una relación entre diámetros).}$$

$$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(1,186/2) + 0.153 \cdot \ln 2,179 = 0,4644.$$

$$D_{A,Gr} = 25,3mm + 1 \cdot 30mm \cdot 0,4644 = 39,232 \text{ mm.}$$

Si $D_A > D_{A,Gr}$ elegimos el primer caso.

$$D_A > D_{A,Gr} = 55,125 > 39,232.$$

$$\delta_p = \delta_p^z = \frac{2 \ln \left[\frac{(d_w + d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi - d_h)}{(d_w - d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi + d_h)} \right]}{w \cdot E_p \cdot \pi \cdot d_h \cdot \tan \varphi}$$

$$\delta_p = \frac{2 \ln \left[\frac{(25,3 + 20)(25,3 + 1.30.0,4644 - 20)}{(25,3 - 20)(25,3 + 1.30.0,4644 + 20)} \right]}{1.210000 \cdot \pi \cdot 20.0,4644} = 3,33 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Vamos a calcular el factor de la introducción de carga n.

El caso que estudiamos se asemeja a SV1. Con $\frac{a_K}{h} = 0$, con $\frac{I_A}{h} = 0$ elegimos el valor de n en la tabla 5.2/1. Elegimos el valor de n = 0,7. Dado que el caso que se estudia la introducción de carga se da justo debajo de la cabeza del tornillo y tuerca, se supone el caso extremo n = 1.

a_K es la distancia entre el borde de la zona de precarga y el punto de introducción de carga. En nuestro caso a_K tiende a 0.

H es la suma de espesores. 20mm.

$I_A = 0$. En el caso de carga concéntrica.

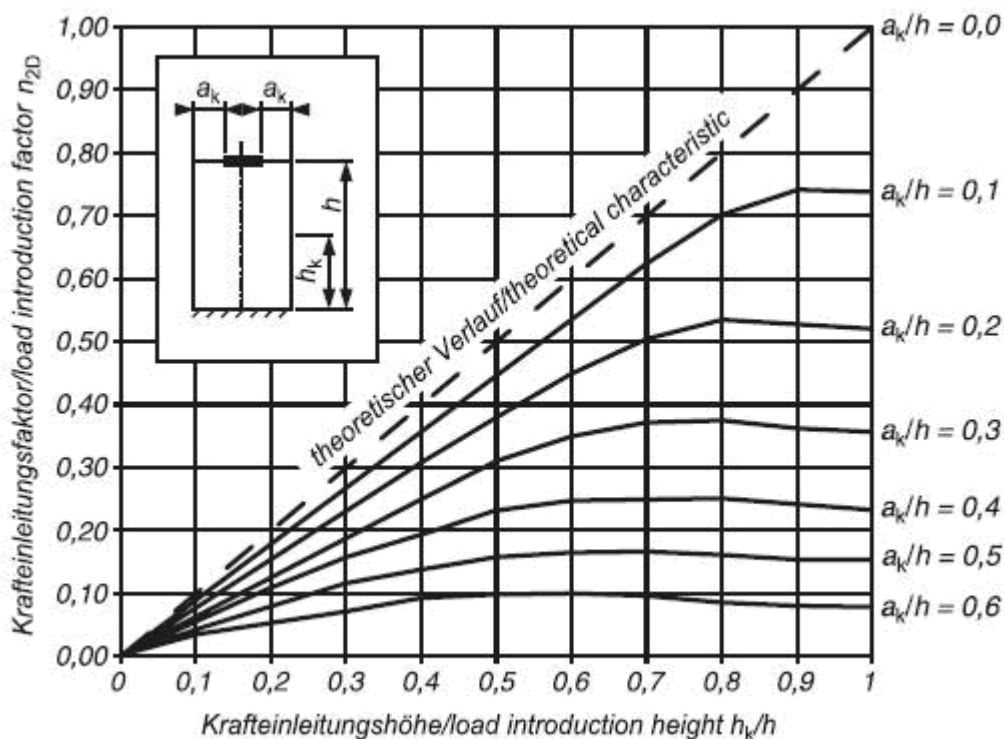


Figura. 5.1.5. Factor de introducción de carga.

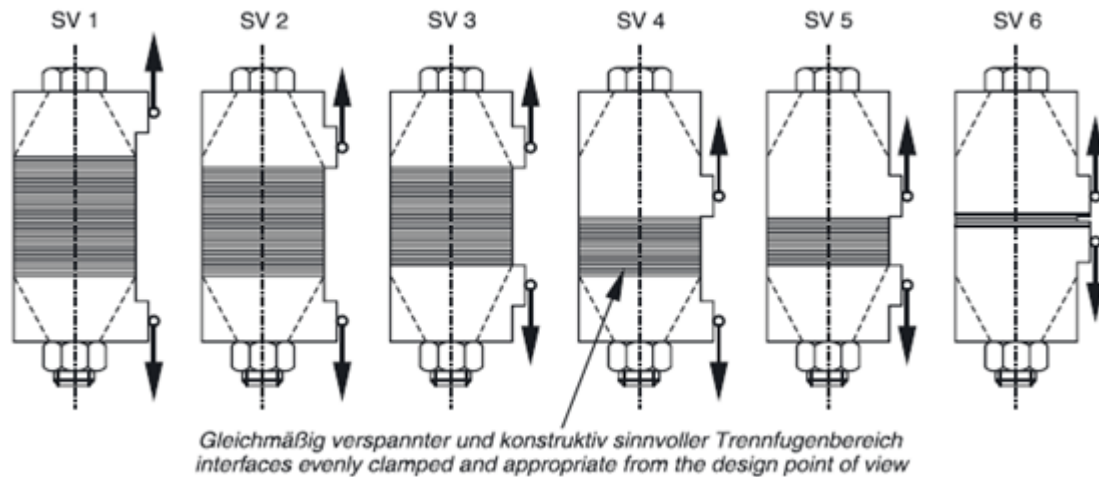


Figura. 5.1.6. Tipo de introducción de carga.

Nuestro factor de carga será.

$$\phi_n = n \cdot \frac{\delta_p}{\delta_s + \delta_p} = 1 \cdot \frac{3,33 \times 10^{-7}}{1,21 \times 10^{-6} + 3,33 \times 10^{-7}} = 0,2158.$$

R4 DETERMINACIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE PRECARGA DEBIDO A LA INCRUSTACIÓN

Existen pérdidas de precarga debido a diferentes causas:

1. Apriete de los tornillos en el área circundante.
2. Incrustación de las superficies de contacto.
3. Pequeño aflojado por la propia rotación de la tuerca sobre los filetes.
4. Relajación de los materiales.
5. Cambios de temperatura.
6. Sobrecarga en la unión.

$$F_z = \frac{f_z}{\delta_s + \delta_p} = \frac{11 \times 10^{-3} \text{ mm}}{1,21 \times 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}} + 3,33 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}} = 7128,96 \text{ N}$$

f_z es la suma de pérdidas de precarga que hay en la rosca, entre interfases de placas, en la cabeza y tuerca del tornillo. Estos valores se ven en la tabla 5.4/1. Depende de la rugosidad y del tipo de carga. Nuestra rugosidad está entre 10-40 micras y nuestro tipo de carga tensión /compresión.

Table 5.4/1. Guide values for amounts of embedding of bolts, nuts and compact clamped parts made of steel

Average roughness height R_z according to DIN 4768	Loading	Guide values for amounts of embedding in μm		
		in the thread	per head or nut bearing area	per inner interface
< 10 μm	tension/compression	3	2,5	1,5
	shear	3	3	2
10 μm up to < 40 μm	tension/compression	3	3	2
	shear	3	4,5	2,5
40 μm up to < 160 μm	tension/compression	3	4	3
	shear	3	6,5	3,5

$$f_z = 3 + (3 + 3) + 2 = 11 \text{ micras.}$$

R5 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA MÍNIMA DE PRECARGA

Fuerza mínima necesaria para absorber la descompresión de las placas, perdida de precarga debido a la incrustación.

$$F_{M\min} = F_{Kerf} + (1 - \Phi_{en}^*) F_{A\max} + F_Z + \Delta F'_{Vth}$$

$$F_{M\min} = 0 + (1 - 0,2158) \cdot 43750 + 7128,96 = 41437,71N$$

R6 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE PRECARGA MAXIMA

$$F_{M\max} = \alpha_A \cdot F_{M\min} = 41437,71N$$

$\alpha_A = 1$ (Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos 1 porque en el FEM esto no se tiene en cuenta.

R7 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE MONTAJE

El coeficiente de fricción para la cabeza y rosca del tornillo es 0,08.

Vamos a la tabla A1, según la métrica, dureza del tornillo y coeficiente de fricción elegimos la fuerza de montaje.



Tabelle A1. Montagevorspannkraft F_{M10} und Anziehdrehmomente M_A bei $\nu = 0,9$ für Schraubschrauben mit metrischem Regalgewinde nach DIN ISO 262; Kopfabmessungen von Sechskantschrauben nach DIN EN ISO 4014 bis 4018, Schrauben mit Außensechskant nach DIN 34 800 bzw. Zylinderschrauben nach DIN EN ISO 4762 und Bohrung „mittel“ nach DIN EN 20 273

Table A1. Assembly preload F_{M10} and tightening torque M_A with $\nu = 0,9$ for shank bolts with metric standard thread according to DIN ISO 262; head dimensions of hexagonal bolts according to DIN EN ISO 4014 to 4018, hexabulbar external driving head bolts according to DIN 34 800 or cylindrical bolts according to DIN EN ISO 4762 and hole "medium" according to DIN EN 20 273

Abm. Size	Fest-Klasse Strength Grade	Montagevorspannkraft/Assembly preload F_{M10} in kN for $\mu_s =$							Anziehdrehmomente/Tightening torque M_A in Nm for $\mu_s = \mu_L =$						
		0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24
M4	8.8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	3,9	3,7	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	4,1	4,5
	10.9	6,8	6,7	6,5	6,3	6,1	5,7	5,4	3,3	3,9	4,6	4,8	5,3	6,0	6,6
	12.9	8,0	7,8	7,6	7,4	7,1	6,7	6,3	3,9	4,5	5,1	5,6	6,2	7,0	7,8
M5	8.8	7,6	7,4	7,2	7,0	6,8	6,4	6,0	4,4	5,2	5,9	6,5	7,1	8,1	9,0
	10.9	11,1	10,8	10,6	10,3	10,0	9,4	8,8	6,5	7,6	8,6	9,5	10,4	11,9	13,2
	12.9	13,0	12,7	12,4	12,0	11,7	11,0	10,3	7,6	8,9	10,0	11,2	12,2	14,0	15,5
M6	8.8	10,7	10,4	10,2	9,9	9,6	9,0	8,4	7,7	9,0	10,1	11,3	12,3	14,1	15,6
	10.9	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,2	12,4	11,3	13,2	14,9	16,5	18,0	20,7	22,9
	12.9	18,4	17,9	17,5	17,0	16,5	15,5	14,5	13,2	15,4	17,4	19,3	21,1	24,2	26,8
M7	8.8	15,5	15,1	14,8	14,4	14,0	13,1	12,3	12,6	14,8	16,8	18,7	20,5	23,6	26,2
	10.9	22,7	22,5	21,7	21,1	20,5	19,3	18,1	18,5	21,7	24,7	27,5	30,1	34,7	38,5
	12.9	26,6	26,0	25,4	24,7	24,0	22,6	21,2	21,6	25,4	28,9	32,2	35,2	40,6	45,1
M8	8.8	19,5	19,1	18,8	18,1	17,8	16,5	15,5	18,5	21,6	24,6	27,3	29,8	34,3	38,0
	10.9	28,7	28,0	27,3	26,6	25,8	24,3	22,7	27,2	31,8	36,1	40,1	43,8	50,3	55,8
	12.9	33,6	32,8	32,0	31,1	30,2	28,4	26,6	31,8	37,2	42,2	46,9	51,2	58,9	65,3
M10	8.8	31,0	30,3	29,6	28,8	27,9	26,3	24,7	36	43	48	54	59	68	75
	10.9	45,6	44,5	43,4	42,2	41,0	38,6	36,2	53	63	71	79	87	100	110
	12.9	53,3	52,1	50,8	49,4	48,0	45,2	42,4	62	73	83	93	101	116	129
M12	8.8	45,2	44,1	43,0	41,9	40,7	38,3	35,9	63	73	84	93	102	117	130
	10.9	66,3	64,8	63,2	61,5	59,8	56,3	52,8	92	108	123	137	149	172	191
	12.9	77,6	75,9	74,0	72,0	70,0	65,8	61,8	108	126	144	160	175	201	223
M14	8.8	62,0	60,6	59,1	57,5	55,9	52,6	49,3	100	117	133	148	162	187	207
	10.9	91,0	88,9	86,7	84,4	82,1	77,2	72,5	146	172	195	218	238	274	304
	12.9	106,5	104,1	101,5	98,8	96,0	90,4	84,8	171	201	229	255	279	321	356
M16	8.8	84,7	82,9	80,9	78,8	76,6	72,2	67,8	153	180	206	230	252	291	325
	10.9	124,4	121,7	118,8	115,7	112,6	106,1	99,6	224	264	302	338	370	428	477
	12.9	145,5	142,4	139,0	135,4	131,7	124,1	116,6	262	309	354	395	433	501	558
M18	8.8	107	104	102	99	96	91	85	220	259	295	329	360	415	462
	10.9	152	149	145	141	137	129	121	314	369	421	469	513	592	657
	12.9	178	174	170	165	160	151	142	367	432	492	549	601	692	769
M20	8.8	136	134	130	127	123	116	109	308	363	415	464	509	588	655
	10.9	194	190	186	181	176	166	156	438	517	592	661	725	838	933
	12.9	227	223	217	212	206	194	182	513	605	692	773	848	980	1092
M22	8.8	170	166	162	158	154	145	137	417	495	567	634	697	808	901
	10.9	242	237	231	225	219	207	194	595	704	807	904	993	1151	1284
	12.9	283	277	271	264	257	242	228	696	824	945	1057	1162	1347	1502
M24	8.8	196	192	188	183	178	168	157	529	625	714	798	875	1011	1126
	10.9	280	274	267	260	253	239	224	754	890	1017	1136	1246	1440	1604
	12.9	327	320	313	305	296	279	262	882	1041	1190	1329	1458	1685	1877
M27	8.8	257	252	246	240	234	220	207	772	915	1050	1176	1292	1498	1672
	10.9	367	359	351	342	333	314	295	1100	1304	1496	1674	1840	2134	2381
	12.9	429	420	410	400	389	367	345	1287	1526	1750	1959	2153	2497	2787
M30	8.8	313	307	300	292	284	268	252	1053	1246	1428	1597	1754	2031	2265
	10.9	446	437	427	416	405	382	359	1500	1775	2033	2274	2498	2893	3226
	12.9	522	511	499	487	474	447	420	1755	2077	2380	2662	2923	3386	3775
M33	8.8	389	381	373	363	354	334	314	1415	1679	1928	2161	2377	2759	3081
	10.9	554	543	531	517	504	475	447	2015	2392	2747	3078	3385	3930	4388
	12.9	649	635	621	605	589	556	523	2358	2799	3214	3601	3961	4598	5135
M36	8.8	458	448	438	427	415	392	368	1825	2164	2482	2778	3054	3541	3951
	10.9	652	638	623	608	591	558	524	2600	3082	3535	3957	4349	5043	5627
	12.9	763	747	729	711	692	653	614	3042	3607	4136	4631	5089	5902	6585
M39	8.8	548	537	525	512	498	470	443	2348	2791	3208	3597	3958	4598	5137
	10.9	781	765	748	729	710	670	630	3345	3975	4569	5123	5637	6549	7317
	12.9	914	895	875	853	831	784	738	3914	4652	5346	5994	6596	7664	8562



Para una métrica 18, calidad del tornillo 10.9 y rugosidad 0,08 nos da una fuerza de montaje $F_{MTab} = 152 \text{ KN}$.

Esta fuerza de montaje nos da para una tensión de pretensión del 0,9 del límite elástico. Como nuestro conjunto esta pretensado al 0,8 del límite elástico, esta fuerza de montaje la multiplicaremos por el ratio.

$$F_{MTab} = 152 \text{ KN} \cdot \frac{0,8}{0,9} = 135 \text{ KN}$$

$$F_{Mzul} = F_{MTab}$$

$$\text{Debe cumplir que } F_{Mzul} > F_{M \max} = 135000 > 43070,58 \text{ “cumple”}$$

R7.1 DETERMINACIÓN DE LA TENSION DEL TORNILLO DEBIDA A LA PRECARGA

Si se calcula el programa FEM al 80% del límite elástico nos da una tensión de pretensión de 720 MPa.

La tabla de la norma da un valor menor de tensión ya que tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y la tuerca.

Para poner a comparar los resultados del FEM con los de la VDI es necesario conseguir la misma fuerza de pretensión en ambos casos.

$$F_{Mzul} = F_{MFEM}$$

$$\sigma_{zFEM} = \frac{F_{MFEM}}{A_N} = \frac{135000 \text{ N}}{193 \text{ mm}^2} = 699,48 \text{ Mpa} \approx 700 \text{ MPa}.$$

σ_{zFEM} Es la tensión de pretensión real del tornillo. La tensión a la que debemos pretensar el FEM para poder comparar los resultados.

A_N (Área nominal del tornillo en el FEM). $A_N = A_s = 193 \text{ mm}^2$ (área resistente del tornillo).

R8 DETERMINACIÓN DE LA TENSION DE TRABAJO

$$F_{S \max} = F_{Mzul} + \Phi * F_{A \max} - \Delta F \cdot V_{th} = 135000 \text{ N} + 0,2158 \cdot (43750) = 144441,25 \text{ N}$$

$F_{S \max}$ es la fuerza máxima del tornillo.

Φ es el coeficiente de reparto.

$\Delta F \cdot V_{th} = 0$ (Incremento de temperatura)



La tensión axial máxima del tornillo será:

$$\sigma_{Z \max} = \frac{F_{S \max}}{A_0} = \frac{144441,25 N}{193 mm^2} = 748,40 \text{ MPa.}$$

$$A_0 = A_s \text{ (área resistente del tornillo)}$$

$$A_s = 193 \text{ mm}^2$$

La tensión máxima de cortadura será:

$$\tau_{\max} = \frac{M_G}{W_p} = \frac{155851,9 N}{756,36 mm^3} = 206 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \text{Donde } M_G &= F_{Mzul} \cdot \frac{d_2}{2} \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_{G \min} \right) \\ &= 135000 \cdot \frac{16,376}{2} \left(\frac{2,5}{\pi \cdot 16,376} + 1,155 \cdot 0,08 \right) = 155851,9 N \cdot mm \end{aligned}$$

$\mu_{G \min}$ Es el coeficiente de fricción en la rosca del tornillo. $\mu_{G \min} = 0,08$

d_2 Diámetro de la rosca del tornillo. Tabla A11. $d_2 = 16,376$

P es el paso de la rosca del tornillo $P = 2,5$.

$$W_p = \frac{\pi}{16} d_0^3 = \frac{\pi}{16} (15,675)^3 = 756,36 mm^3$$

Donde $d_0 = d_s$ (diámetro resistente del tornillo). Tabla A11. $d_s = 15,675 mm$

La tensión total del tornillo será:

$$\begin{aligned} \sigma_{red,B} &= \sqrt{\sigma_{Z \max}^2 + 3(k_t \cdot \tau_{\max})^2} = \sqrt{(748,40)^2 + 3(0,5 \cdot 206)^2} = 769,36 \text{ MPa} \\ k_t &= 0,5 \end{aligned}$$

$$\sigma_{red,B} < f_y \text{ (Límite elástico)} \quad 769,36 < 900 \text{ MPa "cumple"}$$

R9 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE FATIGA

En nuestros modelos de FEM no hemos aplicado ningún esfuerzo de fatiga.



R10 DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN MÁXIMA DE LA PLACA

Estado de pretensión.

$$P_{M \max} = \frac{F_{Mzul}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{135000}{428} = 315,42 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa} \text{ “cumple”}$$

$A_{P \min}$ Área efectiva de la arandela.

$$A_{P \min} = \frac{\pi}{4}(d_{wa})^2 - \frac{\pi}{4}(19)^2 = \frac{\pi}{4}(30,1)^2 - \frac{\pi}{4}(19)^2 = 428 \text{ mm}^2$$

$$d_{wa} = d_w + 1,6 \cdot h_s ; d_{wa} = 25,3 + 1,6 \cdot 3 = 30,1 \text{ mm}$$

P_G Tabla A.9. Para un acero estructural plano $P_G = 710 \text{ MPa}$.

Tensión de rotura por compresión según DIN 50.150.

Aproximadamente $\sigma_{RC} = 2 \cdot \sigma_e$

h_s Es el espesor de la arandela. $h_s = 3 \text{ mm}$.

Estado de trabajo.

$$P_{B \max} = \frac{F_{V \max} + F_{SA \max}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{127871,04 + 9441,25}{428} = 320,82 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa}$$

“cumple”

$F_{V \max}$ Es la fuerza del tornillo debido a la pretensión.

$$F_{V \max} = F_{Mzul} - F_Z = 135000 - 7128,96 = 127871,04 \text{ N}$$

F_{Mzul} Es la fuerza de montaje.

F_Z Es la pérdida de precarga debido a la incrustación.

$F_{SA \max}$ fuerza del tornillo debido a la fuerza externa. $F_{SA \max} = 0,2158 \cdot 43750 = 9441,25 \text{ N}$.

R11 DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD MÍNIMA DE ROSCADO

Esta longitud es para el caso de uniones con tornillo y placa roscada. Para uniones con tornillo pasante y tuerca la norma dice que la longitud mínima de la tuerca cumple esta longitud mínima.



R12 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE SEGURIDAD PARA EVITAR EL ROZAMIENTO ENTRE PLACAS

Al ser $F_{Kerf} = 0$, no hace falta calcular este factor de seguridad.

R13 DETERMINACIÓN DEL PAR DE APRIETE

El par de apriete se puede determinar de la tabla A1 para una métrica y dureza del tornillo.

Para una métrica 18 y dureza 10.9 nuestro par de apriete es 314 N.m

5.1.3 RESOLUCION CON EL METODO FEM

1. Descripción del modelo FEM.

Para crear las placas de la unión se modelizan dos chapas mediante elementos sólidos de 8 nudos (CHEXA – formato NASTRAN).

Los tornillos se modelizan con elementos barra (CBEAM – formato NASTRAN).

El contacto entre chapas se modeliza mediante de elementos GAP nudo a nudo (CGAP – formato NASTRAN).

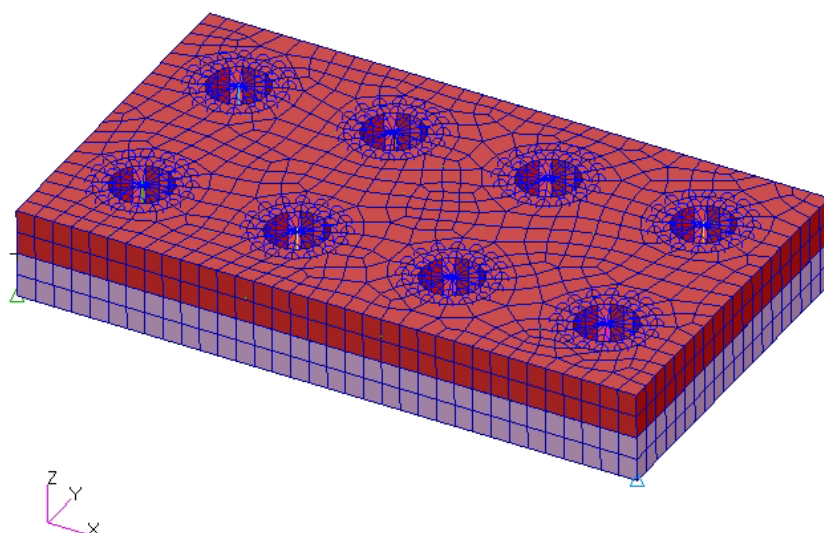


Figura. 5.1.7. Unión atornillada modelizada.

El material utilizado es acero lineal con las siguientes características mecánicas;

Módulo de Elasticidad: 210000MPa

Poisson: 0.3

Coefficiente de dilatación térmica: $1.2e-5T^{-1}$

Para conseguir el apriete entre las chapas, y considerando que NASTRAN no tiene una utilidad de aplicación directa, se provoca un enfriamiento de los tornillos tal que la pretensión alcanzada en cada uno de ellos sea coincidente con el valor indicado en la norma VDI 2230.

La aplicación de las cargas se realiza mediante ecuaciones de acoplamiento del tipo RBE3. Esta ecuación no añade rigidez al modelo. Únicamente transmite las fuerzas y momentos aplicados en el nudo maestro a un sistema de fuerzas equivalentes en cada uno de los tornillos.

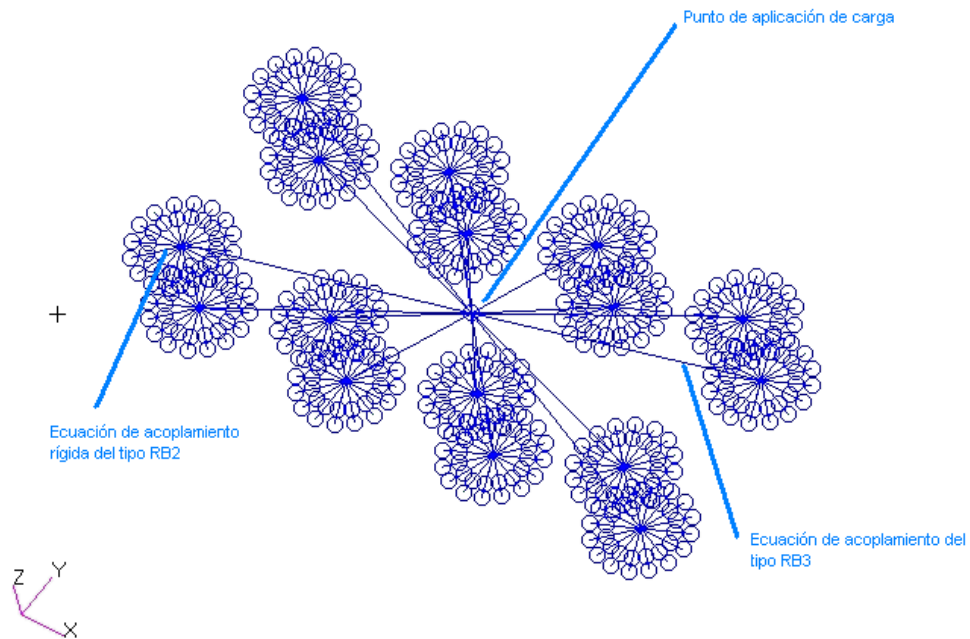


Figura. 5.1.8. Ecuaciones de distribución de carga.

No se modelizan las arandelas. Sin embargo, para evitar efectos locales que puedan distorsionar los cálculos, se definen unas ecuaciones de acoplamiento rígidas (RBE2 – formato NASTRAN) aplicadas entre el diámetro medio de la cabeza del tornillo y el diámetro del agujero).

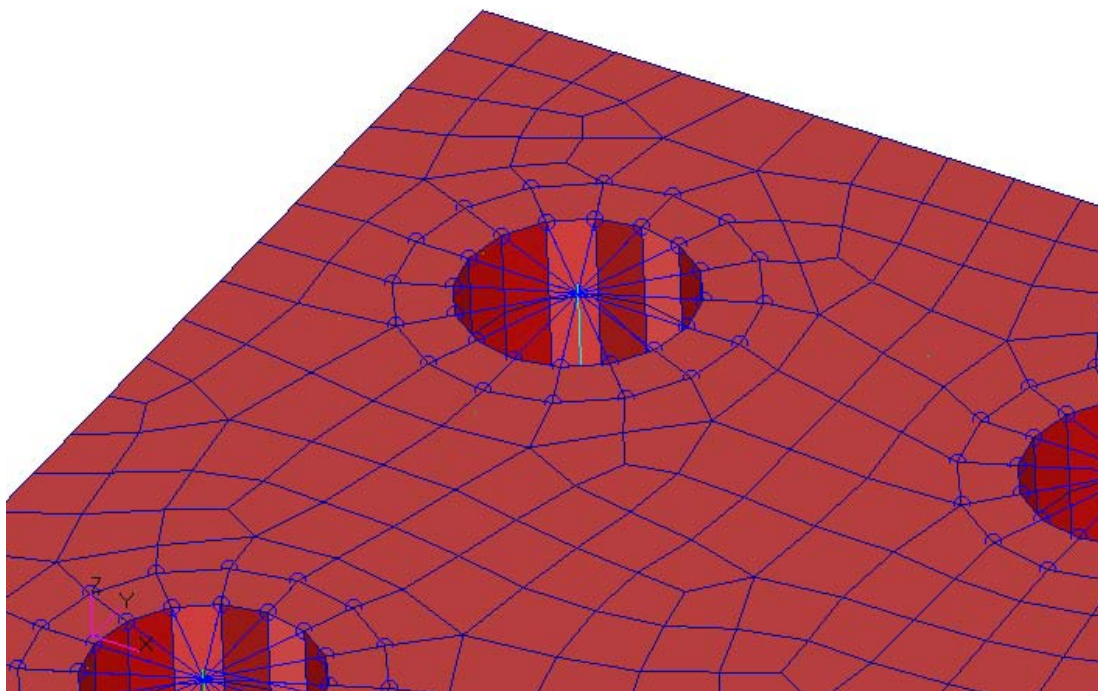


Figura. 5.1.9. Ecuación de acoplamiento del tipo RB2.

Cálculo lineal. Es necesario que el modelo cumpla las siguientes condiciones:

1. Pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones.
2. Material con propiedades mecánicas constantes (módulo de elasticidad y módulo de Poisson constantes).
3. No hay contactos.

Cálculo no lineal: En cuanto una de las condiciones anteriores falla, el cálculo pasa a ser no lineal.

En nuestro caso hemos trabajado dentro del régimen no lineal.

2. Resultados FEM.

Tabla con las fuerzas que llegan a cada “sector” de la unión.

	Fuerza axial (N)
Sección 1	43750
Sección 2	43750
Sección 3	43750
Sección 4	43750
Sección 5	43750
Sección 6	43750
Sección 7	43750
Sección 8	43750

Esta carga se reparte entre variación de carga en el tornillo y variación del cono de compresión en las chapas.

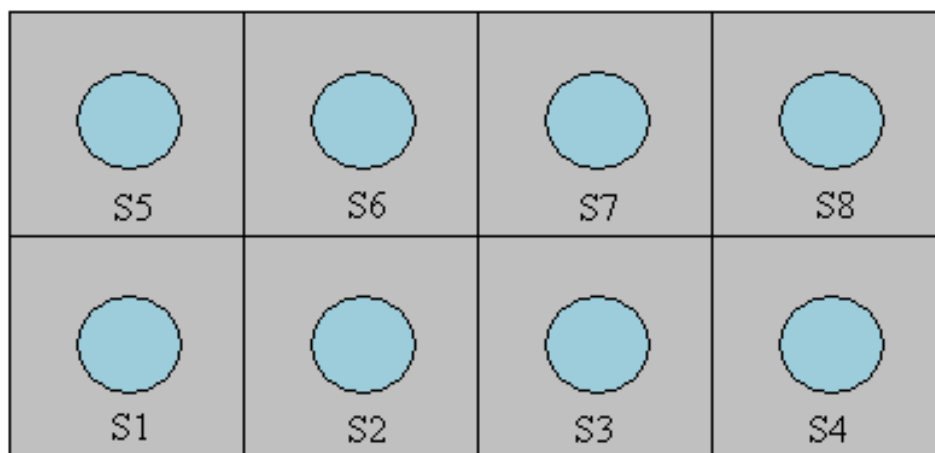
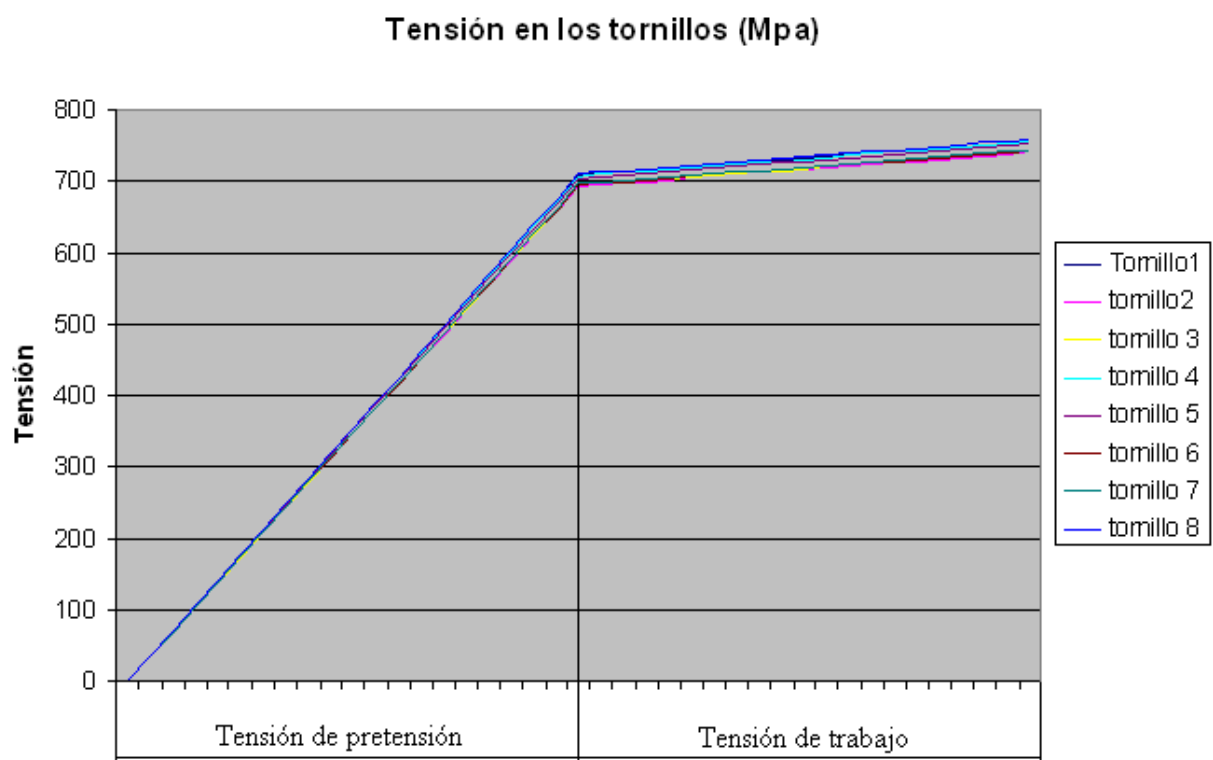


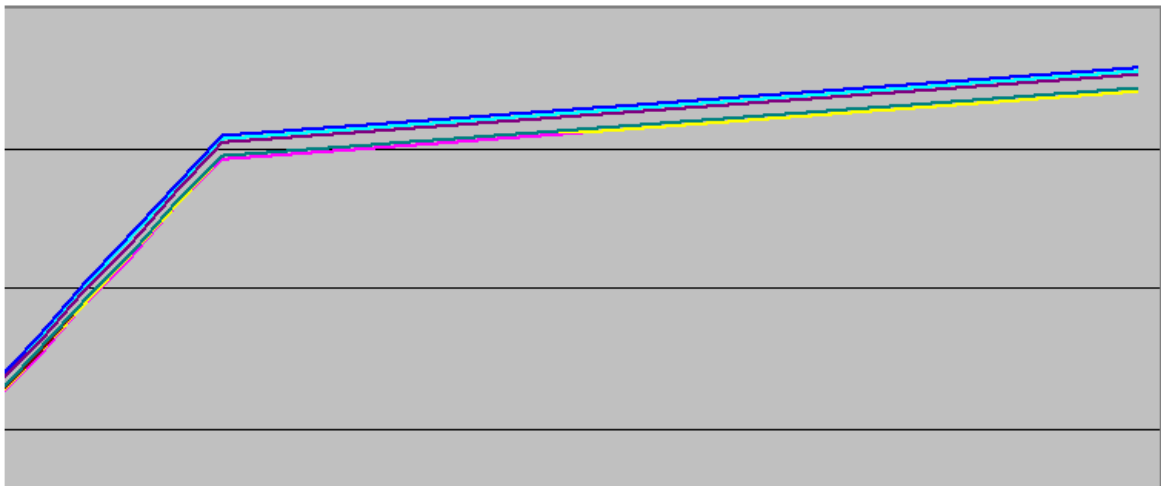
Figura. 5.1.10. Secciones de la placa.

Tabla con las tensiones que llegan a cada tornillo.

TORNILLOS	Tensión pretensión (Mpa)	Tensión trabajo (Mpa)
1	700	748
2	700	747
3	700	747
4	700	748
5	700	748
6	700	747
7	700	747
8	700	748

Gráfica con las tensiones que llegan a cada tornillo.





En esta grafica se puede apreciar que todos los tornillos se pretensionan a la misma tensión (700 MPa).

Al aplicar una carga axial externa en el centro de la placa y ser esta lo suficientemente rígida, los tornillos se llevan la misma tensión de trabajo por lo que todos son igual de desfavorables a la hora de dimensionar la unión (747,5 MPa).

Postproceso de tensiones en la placa.

Para la pretensión:

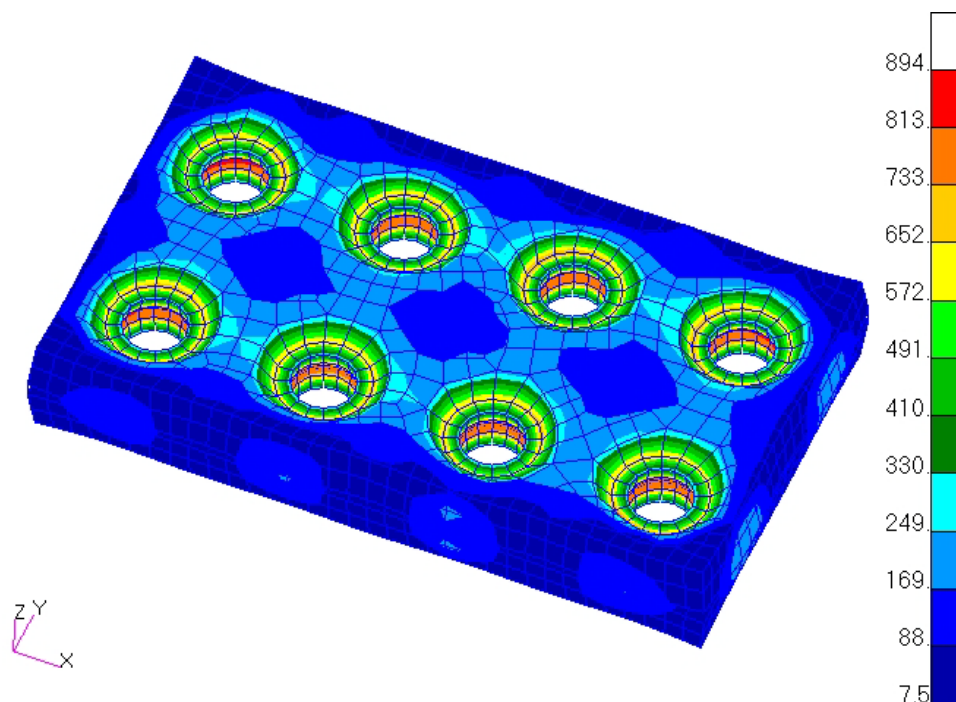


Figura. 5.1.11. Tensión de pretensión.

Referente al nivel de tensiones alcanzado en la placa, es necesario realizar las siguientes reflexiones:

1. En zonas afectadas por el cono de compresión del tornillo, la tensión elástica alcanzada en la placa, supera el límite elástico del material. Este efecto está localizado en las aristas de los agujeros cilíndricos mecanizados. En la pieza real, se definen unos chaflanes que minimizan este problema. En cualquier caso, pudiera producirse una plastificación mínima del acero en estas zonas que no acarrea ninguna consecuencia estructural.
2. En el resto de la placa, las tensiones alcanzadas son mínimas, siempre muy por debajo del límite elástico del material ($\approx 300\text{MPa}$).

Para la aplicación de carga

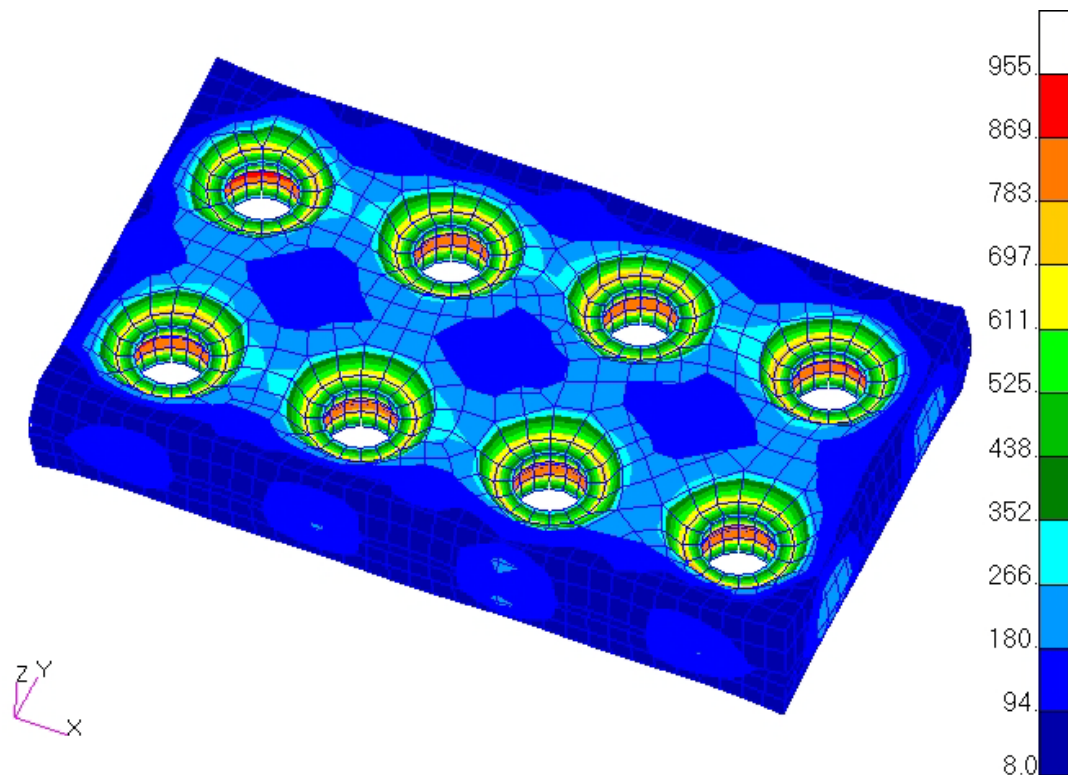
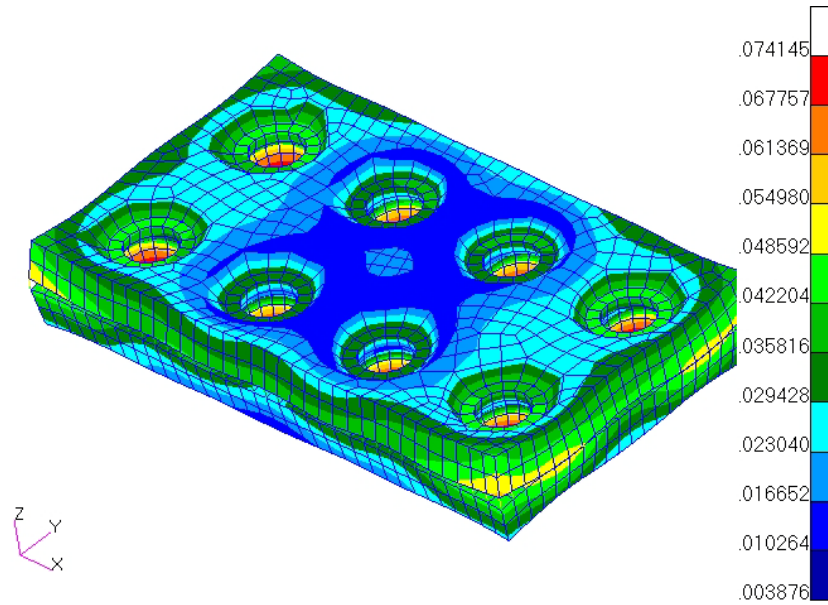


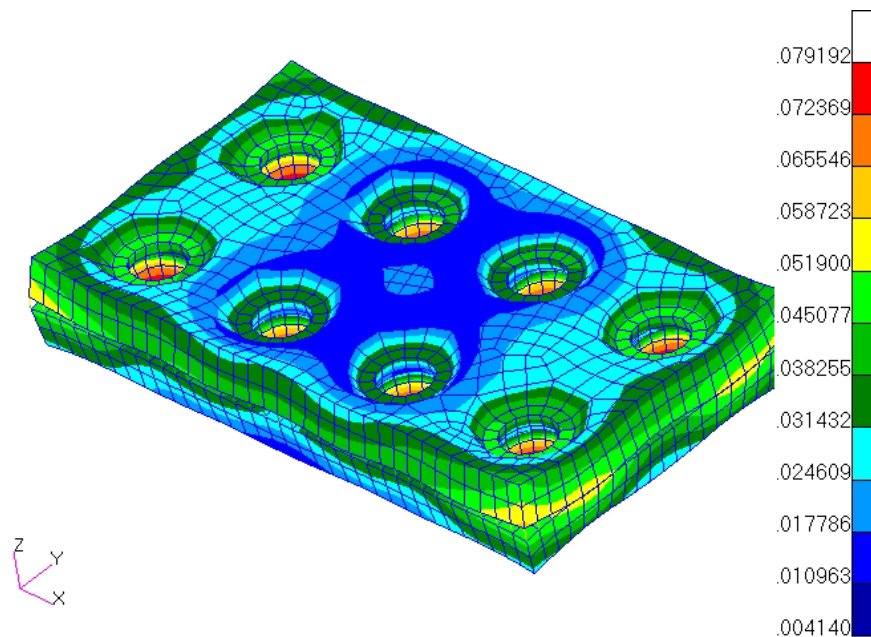
Figura 5.1.12. Tensión de trabajo.

Postproceso de deformaciones de la placa

Para la pretensión:

**Figura.5.1.13.** Deformación para la pretensión.

Para la aplicación de carga

**Figura.5.1.14.** Deformación para la aplicación de carga.



5.1.4 CORRELACIÓN

Para poder comparar los resultados obtenidos en nuestro programa (FEM) con los resultados obtenidos en la VDI es necesario pretensionar lo mismo que en la norma.

Teóricamente la tensión de pretensión es un 80 % del límite elástico. En nuestro caso para un tornillo de calidad 10.9 nos da una tensión de pretensión de 720 MPa.

En la norma (VDI 2230) se tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y en la tuerca por lo que la tensión de pretensión será un poco menor que la teórica. La tensión de pretensión será 700 MPa.

Vamos a analizar el tornillo que soporta mayor fuerza axial. En este ejemplo al tener solo una carga externa axial y ser las placas lo suficientemente rígidas la tensión de los tornillos es la misma.

Solo vamos a comparar la tensión axial ya que los tornillos son TAR (Tornillos de alta resistencia). Dichos tornillos solo trabajan a tracción.

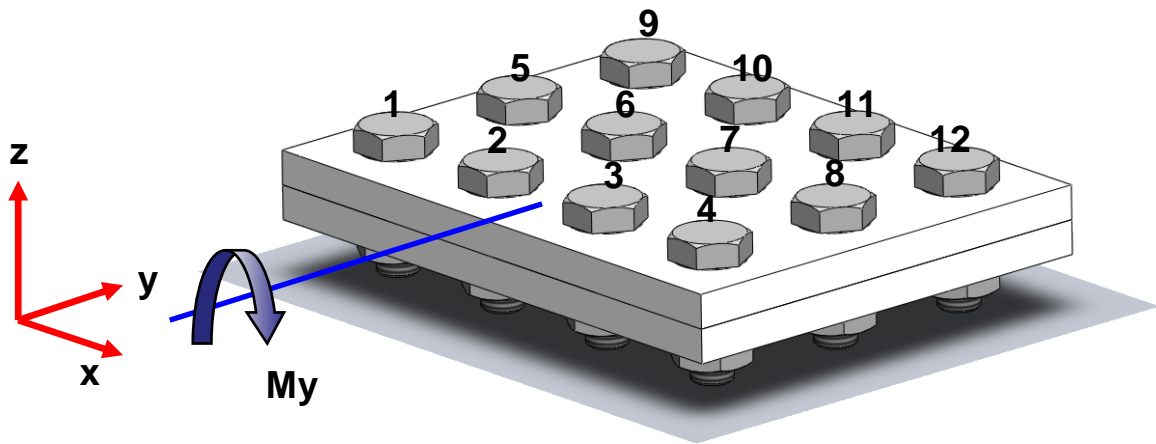
La norma VDI 2230 nos da una tensión axial $\sigma_{Z\max} = 748,40$ MPa.

Nuestro programa (FEM) nos da una tensión axial $\sigma_{Z\max} = 747,5$ MPa.

Ambos resultados están dentro del régimen elástico f_y (Límite elástico) = 900MPa.

Si calculamos el error entre ambos resultados partiendo del mismo valor de pretensión nos da un error del 1,86 %.

5.2 EJEMPLO 2: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (4X3) BAJO MOMENTO EN EL EJE Y.



$$M_y = 60\,000\,000 \text{ Nmm.}$$

5.2.1 INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA.

El caso de carga de esta matriz será un momento en el eje Y.
 $M_y = 60000000 \text{ N.mm}$

Nuestra distribución de tornillos es una matriz 4x3. Esta tendrá tres filas y en cada fila 4 tornillos.

Las dimensiones de las placas serán:

Longitud placa. $L_1 = 345 \text{ mm}$.
Anchura placa. $L_2 = 270 \text{ mm}$.
Espesor. $e = 20 \text{ mm}$.

Los tornillos de nuestra unión cumplen la norma DIN 931. La métrica de los tornillos que vamos a usar en este ejemplo son M 24, y dureza 8.8.

Las dimensiones del tornillo son:

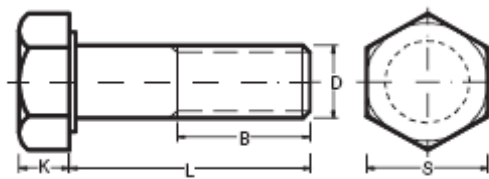


Figura.5.2.1.Dimensiones del tornillo.

$K = 15 \text{ mm}$.
 $L = 70 \text{ mm}$.
 $B = 54 \text{ mm}$.
 $S = 36 \text{ mm}$.

Las dimensiones de la tuerca son:

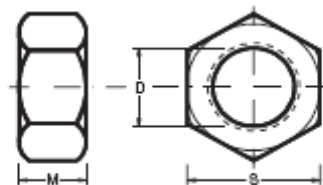


Figura.5.2.2.Dimensiones de la tuerca.

$M = 19 \text{ mm}$.
 $S = 36 \text{ mm}$.

El diámetro resistente del tornillo lo calculamos despejando el diámetro del área resistente del tornillo. El área resistente del tornillo lo obtenemos de la tabla A11 de la VDI 2230.

$$M24 \rightarrow A_s = 353 \text{ mm}^2 \rightarrow A_s = \frac{\pi}{4}(d_s)^2 \rightarrow d_s = 21,20 \text{ mm.}$$

El diámetro de los agujeros de la placa serán $d_h = 26 \text{ mm.}$

El diámetro medio de la cabeza del tornillo lo obtenemos del catalogo de los tornillos. $d_w = 33,5 \text{ mm.}$

Si seccionamos nuestra unión atornillada podemos ver como queda alojado nuestro tornillo en las placas.

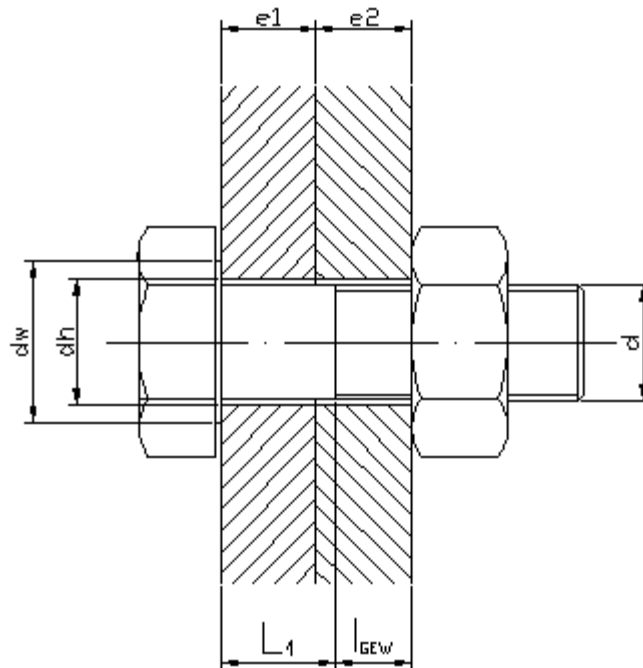


Figura.5.2.3.Sección de la unión atornillada.

l_{Gew} es la longitud de rosca que no se usa. $l_{Gew} = 24 \text{ mm.}$

l_1 es la longitud de la parte del vástago no roscado del tornillo $l_1 = 16 \text{ mm.}$

$e1$ es el espesor de la placa 1. $e1 = 20 \text{ mm.}$

$e2$ es el espesor de la placa 2. $e2 = 20 \text{ mm.}$

5.2.2 RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO CUALITATIVO (VDI 2230).

R0 DETERMINACIÓN DEL DIAMETRO NOMINAL

El diámetro nominal del tornillo es determinado a partir de la tabla A7.

1	2	3	4
Load in N	Nominal diameter in mm		
	Strength grade		
	12.9	10.9	8.8
250			
400			
630			
1000	3	3	3
1600	3	3	3
2500	3	3	4
4000	4	4	5
6300	4	5	6
10000	5	6	8
16000	6	8	10
25000	8	10	12
40000	10	12	14
63000	12	14	16
100000	16	18	20
160000	20	22	24
250000	24	27	30
400000	30	33	36
630000	36	39	

Tabla A7.

Elegimos la mayor fuerza axial de los tornillos de la placa que nos ha dado el programa Patrón. Para elegir esta fuerza axial nuestra unión atornillada estará sin pretensar, así que toda la carga externa se distribuirá en traccionar los tornillos y no en descomprimir las placas.

En este caso nuestra fuerza axial máxima es **69565 N**.

En nuestro caso la carga axial será estática y concéntrica al tornillo por lo que no tenemos que aumentar ningún STEPS para el cálculo de F_M min.

Nuestra F_M min será **100000 N**.

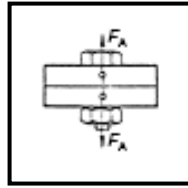


Figura.5.2.4.Caso de carga axial concéntrica.

En el caso de uniones pretensadas donde se usa una llave dinamométrica es necesario aumentar 1 STEPS para el cálculo de F_M max.

Nuestra F_M max será **160000 N**.

Para el cálculo del diámetro nominal seleccionamos la fila de **160000 N**. Nuestro tornillo tiene una calidad (8.8) por lo que nuestro diámetro nominal del tornillo será **24 mm**.

R1 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE APRIETE α_A

α_A Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos $\alpha_A=1$ porque en el FEM no tenemos en cuenta esto.

R2 DETERMINACIÓN DE LA MINIMA PRECARGA

La mínima precarga F_{Kerf} es determinada a partir de los siguientes requerimientos.

$$F_{Kerf} \geq \max (F_{KQ}; F_{KP} + F_{KA})$$

F_{KQ} Es la mínima fuerza para contrarrestar una fuerza de cortadura. $F_{KQ} = 0$

$$F_{KQ} = \frac{F_{Qmax}}{q_F \cdot \mu_{Tmin}}$$

F_{KP} Es la mínima fuerza para conseguir el sellado entre las placas. En nuestro caso no tenemos ningún fluido. $F_{KP} = 0$

$$F_{KP} = A_D \cdot p_{i,max}$$

F_{KA} Es la mínima fuerza que hay que aplicar al tornillo para impedir que las placas se separen. $F_{KA} = 0$



$$F_{KA} = F_{Kab} = F_{A \max} \frac{A_D \cdot (a \cdot u - s_{\text{sym}} \cdot u)}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D} + M_{B \max} \frac{u \cdot A_D}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D}$$

a es la distancia entre la carga y el eje del tornillo. Como nuestra carga es concéntrica al tornillo $a = 0$.

s_{sym} Es la distancia entre el eje del tornillo y el eje de la porción de placa correspondiente a ese tornillo. Como los tornillos están centrados con respecto a sus porciones $s_{\text{sym}} = 0$

$M_{B \max}$ es un momento flector externo al tornillo $M_{B \max} = 0$

R3 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE REPARTO Φ

F_{SA} es la parte de F_A que se está llevando el tornillo. Tracción del tornillo.

F_{PA} es la parte de F_A que se están llevando las placas. Descompresión de las placas.

Φ es el coeficiente de reparto.

δ_S es la resiliencia elástica del tornillo.

δ_P es la resiliencia elástica de la placa.

Nuestro caso de carga es concéntrico y pretensado ($s_{\text{sym}} = 0$, $a = 0$).

$$\Phi_n = n \cdot \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}$$

Vamos a calcular la resiliencia elástica del tornillo δ_S .

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$

δ_{SK} es la resiliencia elástica de la cabeza hexagonal estándar.

$$\delta_{SK} = \frac{l_{SK}}{E_S \cdot A_N}, \quad \delta_{SK} = \frac{12mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 452,38mm^2} = 1,26 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

Para uniones atornilladas $l_{SK} = 0,5 \cdot d$, $l_{SK} = 0,5 \cdot 24 = 12 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4}(24)^2 = 452,38 \text{ mm}^2$

δ_{Gew} es la resiliencia elástica de la parte de rosca no ocupada.

$$\delta_{Gew} = \frac{l_{Gew}}{E_S \cdot A_{d3}}, \quad \delta_{Gew} = \frac{24mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 324,3mm^2} = 3,524 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

l_{Gew} es la longitud de rosca no ocupada. $l_{Gew} = 24 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 324,3 \text{ mm}^2$

δ_{GM} es la resiliencia elástica de la rosca en uso.

$$\delta_{GM} = \delta_G + \delta_M = 1,76 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} + 1,01 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} = 2,77 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

δ_G es la resiliencia elástica de la rosca del tornillo que esta en contacto con la tuerca.

δ_M es la resiliencia elástica de la tuerca.

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_s \cdot A_{d3}}, \quad \delta_G = \frac{12mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 324,3mm^2} = 1,76 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$



l_G es la longitud de la rosca utilizada por la tuerca. $l_G = 0,5 \cdot d = 0,5 \cdot 24 = 12 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 324,3 \text{ mm}^2$

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_M \cdot A_N}, \delta_M = \frac{9,6 \text{ mm}}{210000 \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot 452,38 \text{ mm}^2} = 1,01 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N}$$

l_M es la longitud de rosca de la tuerca. Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $l_M = 0,4 \cdot d$. $l_M = 0,4 \cdot 24 = 9,6 \text{ mm}$.

E_M es el módulo de elasticidad de la tuerca. $E_M = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4} (24)^2 = 452,38 \text{ mm}^2$

δ_1 es la resiliencia elástica de la parte no roscada del vástago del tornillo.

$$\delta_1 = \frac{l_1}{E_S \cdot A_N}, \delta_1 = \frac{16 \text{ mm}}{210000 \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot 452,38 \text{ mm}^2} = 1,68 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N}$$

l_1 es la longitud de la parte del vástago del tornillo no roscado. $l_1 = 16 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4} (24)^2 = 452,38 \text{ mm}^2$

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$

$$\delta_S = 1,26 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 1,68 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 3,524 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 2,77 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} = 9,234 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N}.$$



Table A11. Nominal values for pitch, pitch diameter, stress cross section and cross section at minor diameter, and load $F_{0,2min}$ for shank bolts with metric standard and fine threads (pitch according to DIN 13-1 and -28; stress cross section and cross section at minor diameter according to DIN 13-28; minimum yield point according to DIN EN ISO 898-1)

Abmessung Size	Steigung Pitch	Flankendurch- messer Pitch diameter	Spannungs- querschnitt Stress cross section	Kern- querschnitt Cross section at minor diameter	Kraft an der Mindest-Streckgrenze Load at the minimum yield point $F_{0,2min} = R_{p0,2min} \cdot A_s$		
					Festigkeitsklasse/Strength grade		
					8.8	10.9	12.9
	mm	mm	mm ²	mm ²	N	N	N
Metrisches Regelgewinde/Metric standard thread							
M 4	0,7	3,545	8,78	7,749	5600	8900	9700
M 5	0,8	4,480	14,2	12,69	9100	13900	15600
M 6	1	5,350	20,1	17,89	12900	18900	22100
M 7	1	6,350	28,9	26,18	18500	27000	32000
M 8	1,25	7,188	36,6	32,84	23400	34500	40500
M 10	1,5	9,026	58,0	52,30	37000	55000	64000
M 12	1,75	10,883	84,3	76,25	54000	79000	93000
M 14	2	12,701	115	104,7	74000	108000	127000
M 16	2	14,701	157	144,1	100000	148000	173000
M 18	2,5	16,376	193	175,1	127000	181000	212000
M 20	2,5	18,376	245	225,2	162000	230000	270000
M 22	2,5	20,376	303	281,5	200000	285000	335000
M 24	3	22,051	353	324,3	233000	330000	390000
M 27	3	25,051	459	427,1	305000	430000	500000
M 30	3,5	27,727	561	519,0	370000	530000	620000
M 33	3,5	30,727	694	647,2	460000	650000	760000
M 36	4	33,402	817	759,3	540000	770000	900000
M 39	4	36,402	976	913,0	640000	920000	1 070 000
Metrisches Feingewinde/Metric fine thread							
M 8	1	7,350	39,2	36,03	25000	37000	43000
M 9	1	8,350	51,0	47,45	32500	48000	56000
M 10	1	9,350	64,5	60,45	41500	61000	71000
M 10	1,25	9,188	61,2	56,29	39000	58000	67000
M 12	1,25	11,188	92,1	86,03	59000	87000	101000
M 12	1,5	11,026	88,1	81,07	56000	83000	97000
M 14	1,5	13,026	125	116,1	80000	118000	138000
M 16	1,5	15,026	167	157,5	107000	157000	184000
M 18	1,5	17,026	216	205,1	143000	208000	238000
M 18	2	16,701	204	189,8	135000	192000	224000
M 20	1,5	19,026	272	259,0	180000	255000	300000
M 22	1,5	21,026	333	319,2	220000	315000	365000
M 24	1,5	23,026	401	385,7	265000	375000	440000
M 24	2	22,701	384	364,6	255000	360000	420000
M 27	1,5	26,026	514	497,2	340000	485000	570000
M 27	2	25,701	496	473,2	325000	465000	550000
M 30	1,5	29,026	642	622,8	425000	600000	710000
M 30	2	28,701	621	596,0	410000	580000	680000
M 33	1,5	32,026	784	762,6	520000	740000	860000
M 33	2	31,701	761	732,8	500000	720000	840000
M 36	2	34,701	915	883,8	580000	830000	970000
M 36	3	34,051	865	820,4	570000	810000	950000
M 39	2	37,701	1082	1049,0	714000	1 010 000	1 180 000
M 39	3	37,051	1028	979,7	680000	970000	1 130 000



Vamos a calcular la resiliencia elástica de la placa δ_p .

En primer lugar vamos a calcular el diámetro mayor del cono de compresión. $D_{A,Gr}$

$$D_{A,Gr} = d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi$$

Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $w = 1$.

d_w es el diámetro medio de la cabeza del tornillo. $d_w = 33,5\text{mm}$.

l_K es la suma de espesores. $e_1 + e_2 = 20 + 20 = 40\text{ mm}$.

$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(\beta_L/2) + 0.153 \cdot \ln y$ [caso DSV]

$\tan \varphi$ es la tangente del ángulo que forma el cono de compresión.

$$\beta_L = \frac{l_K}{d_{w,m}} = \frac{40\text{mm}}{33,5\text{mm}} = 1,194. \text{ (es una relación entre longitudes)}$$

D_A diámetro en la interfase entre placas de la porción de placa correspondiente a cada tornillo.

En nuestra placa $D_A = D'_A$ ya que no tenemos chaflán.

$$y = \frac{D'_A}{d_w} = \frac{88,125\text{mm}}{33,5\text{mm}} = 2,63 \text{ (es una relación entre diámetros).}$$

$$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(1,194/2) + 0.153 \cdot \ln 2,63 = 0,493.$$

$$D_{A,Gr} = 33,5\text{mm} + 1 \cdot 40\text{mm} \cdot 0,493 = 53,22\text{ mm}.$$

Si $D_A > D_{A,Gr}$ elegimos el primer caso..

$$D_A > D_{A,Gr} = 88,125 > 53,22.$$

$$\delta_p = \delta_p^z = \frac{2 \ln \left[\frac{(d_w + d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi - d_h)}{(d_w - d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi + d_h)} \right]}{w \cdot E_p \cdot \pi \cdot d_h \cdot \tan \varphi}$$

$$\delta_p = \frac{2 \ln \left[\frac{(33,5 + 26)(33,5 + 1.40.0,493 - 26)}{(33,5 - 26)(33,5 + 1.40.0,493 + 26)} \right]}{1.210000 \cdot \pi \cdot 26.0,493} = 2,37 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Vamos a calcular el factor de la introducción de carga n.

El caso que estudiamos se asemeja a SV1. Con $\frac{a_K}{h} = 0$, con $\frac{I_A}{h} = 0$ elegimos el valor de n en la tabla 5.2/1. Elegimos el valor de n = 0,7. Dado que el caso que se estudia la introducción de carga se da justo debajo de la cabeza del tornillo y tuerca, se supone el caso extremo n = 1.

a_K es la distancia entre el borde de la zona de precarga y el punto de introducción de carga. En nuestro caso a_K tiende a 0.

H es la suma de espesores. 20mm.

$I_A = 0$. En el caso de carga concéntrica.

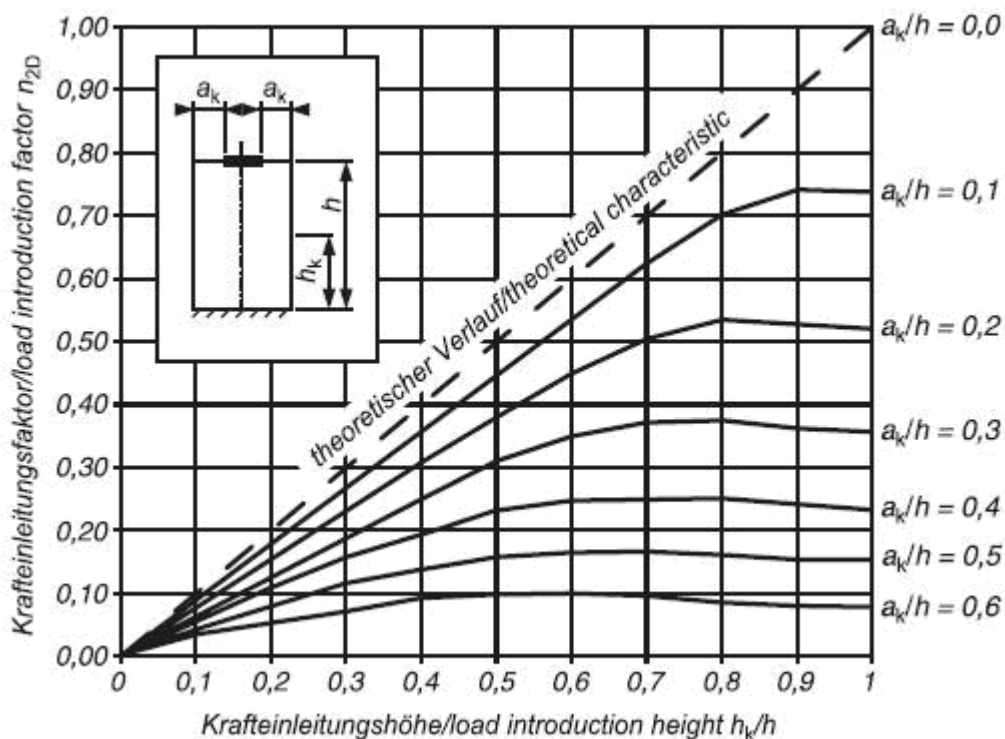


Figura.5.2.5.Factor de introducción de carga.

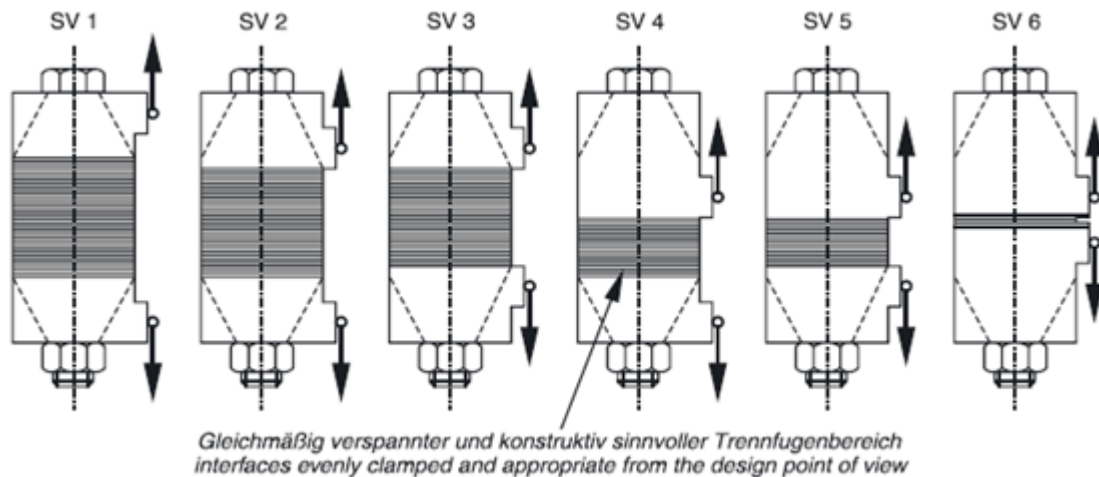


Figura. 5.2.6. Tipo de introducción de carga.

Nuestro factor de carga será.

$$\phi_n = n \cdot \frac{\delta_p}{\delta_s + \delta_p} = 1 \cdot \frac{2,37 \times 10^{-7}}{9,234 \times 10^{-7} + 2,37 \times 10^{-7}} = 0,2042.$$

R4 DETERMINACIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE PRECARGA DEBIDO A LA INCRUSTACIÓN

Existen perdidas de precarga debido a diferentes causas.

- Apriete de los tornillos en el área circundante.
- Incrustación de las superficies de contacto.
- Pequeño aflojado por la propia rotación de la tuerca sobre los filetes.
- Relajación de los materiales.
- Cambios de temperatura.
- Sobrecarga en la unión.

$$F_z = \frac{f_z}{\delta_s + \delta_p} = \frac{11 \times 10^{-3} \text{ mm}}{9,234 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}} + 2,37 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}} = 9479,48 \text{ N}$$

f_z es la suma de perdidas de precarga que hay en la rosca, entre interfases de placas, en la cabeza y tuerca del tornillo. Estos valores se ven en la tabla 5.4/1. Depende de la rugosidad y del tipo de carga. Nuestra rugosidad esta entre 10-40 micras y nuestro tipo de carga tensión /compresión.

Table 5.4/1. Guide values for amounts of embedding of bolts, nuts and compact clamped parts made of steel

Average roughness height R_z according to DIN 4768	Loading	Guide values for amounts of embedding in μm		
		in the thread	per head or nut bearing area	per inner interface
< 10 μm	tension/compression	3	2,5	1,5
	shear	3	3	2
10 μm up to < 40 μm	tension/compression	3	3	2
	shear	3	4,5	2,5
40 μm up to < 160 μm	tension/compression	3	4	3
	shear	3	6,5	3,5

$$f_z = 3 + (3 + 3) + 2 = 11 \text{ micras.}$$

R5 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA MÍNIMA DE PRECARGA

Fuerza mínima necesaria para absorber la descompresión de las placas, perdida de precarga debido a la incrustación.

$$F_{M \min} = F_{\text{Kerf}} + (1 - \Phi_{\text{en}}^*) F_{A \max} + F_Z + \Delta F'_{V \text{th}}$$

$$F_{M \min} = 0 + (1 - 0,2042) \cdot 69565 + 9479,48 = 64839,30 \text{ N}$$

R6 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE PRECARGA MAXIMA

$$F_{M \max} = \alpha_A \cdot F_{M \min} = 64839,30 \text{ N}$$

$\alpha_A = 1$ (Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos 1 porque en el FEM no tenemos en cuenta esto)

R7 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE MONTAJE

El coeficiente de fricción para la cabeza y rosca del tornillo es 0,08.

Vamos a la tabla A1, según la métrica, dureza del tornillo y coeficiente de fricción elegimos la fuerza de montaje.



Tabella A1. Montagewerspannkraften F_{M12} und Anziehdrehmomente M_A bei $\nu = 0,9$ für Schachtschrauben mit metrischem Regalgewinde nach DIN ISO 262; Kopfabmessungen von Sechskantschrauben nach DIN EN ISO 4014 bis 4018, Schrauben mit Außensechseck nach DIN 34 800 bzw. Zylinderschrauben nach DIN EN ISO 4762 und Bohrung „mittel“ nach DIN EN 20 273

Table A1. Assembly preload F_{M12} and tightening torque M_A with $\nu = 0,9$ for shank bolts with metric standard thread according to DIN ISO 262; head dimensions of hexagonal bolts according to DIN EN ISO 4014 to 4018, hexalobular external driving head bolts according to DIN 34 800 or cylindrical bolts according to DIN EN ISO 4762 and hole "medium" according to DIN EN 20 273

Abm. Size	Fest-Klasse Strength Grade	Montagewerspannkraften/Assembly preload F_{M12} in kN für $\mu_s =$							Anziehdrehmomente/Tightening torque M_A in Nm für $\mu_s = \mu_L =$						
		0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24
M4	8,8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	3,9	3,7	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	4,1	4,5
	10,9	6,8	6,7	6,5	6,3	6,1	5,7	5,4	3,3	3,9	4,6	4,8	5,3	6,0	6,6
	12,9	8,0	7,8	7,6	7,4	7,1	6,7	6,3	3,9	4,5	5,1	5,6	6,2	7,0	7,8
M5	8,8	7,6	7,4	7,2	7,0	6,8	6,4	6,0	4,4	5,2	5,9	6,5	7,1	8,1	9,0
	10,9	11,1	10,8	10,6	10,3	10,0	9,4	8,8	6,5	7,6	8,6	9,5	10,4	11,9	13,2
	12,9	13,0	12,7	12,4	12,0	11,7	11,0	10,3	7,6	8,9	10,0	11,2	12,2	14,0	15,5
M6	8,8	10,7	10,4	10,2	9,9	9,6	9,0	8,4	7,7	9,0	10,1	11,3	12,3	14,1	15,6
	10,9	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,2	12,4	11,3	13,2	14,9	16,5	18,0	20,7	22,9
	12,9	18,4	17,9	17,5	17,0	16,5	15,5	14,5	13,2	15,4	17,4	19,3	21,1	24,2	26,8
M7	8,8	15,5	15,1	14,8	14,4	14,0	13,1	12,3	12,6	14,8	16,8	18,7	20,5	23,6	26,2
	10,9	22,7	22,5	21,7	21,1	20,5	19,3	18,1	18,5	21,7	24,7	27,5	30,1	34,7	38,5
	12,9	26,6	26,0	25,4	24,7	24,0	22,6	21,2	21,6	25,4	28,9	32,2	35,2	40,6	45,1
M8	8,8	19,5	19,1	18,8	18,1	17,8	16,5	15,5	18,5	21,6	24,6	27,3	29,8	34,3	38,0
	10,9	28,7	28,0	27,3	26,6	25,8	24,3	22,7	27,2	31,8	36,1	40,1	43,8	50,3	55,8
	12,9	33,6	32,8	32,0	31,1	30,2	28,4	26,6	31,8	37,2	42,2	46,9	51,2	58,9	65,3
M10	8,8	31,0	30,3	29,6	28,8	27,9	26,3	24,7	36	43	48	54	59	68	75
	10,9	45,6	44,5	43,4	42,2	41,0	38,6	36,2	53	63	71	79	87	100	110
	12,9	53,3	52,1	50,8	49,4	48,0	45,2	42,4	62	73	83	93	101	116	129
M12	8,8	45,2	44,1	43,0	41,9	40,7	38,3	35,9	63	73	84	93	102	117	130
	10,9	66,3	64,8	63,2	61,5	59,8	56,3	52,8	92	108	123	137	149	172	191
	12,9	77,6	75,9	74,0	72,0	70,0	65,8	61,8	108	126	144	160	175	201	223
M14	8,8	62,0	60,6	59,1	57,5	55,9	52,6	49,3	100	117	133	148	162	187	207
	10,9	91,0	88,9	86,7	84,4	82,1	77,2	72,5	146	172	195	218	238	274	304
	12,9	106,5	104,1	101,5	98,8	96,0	90,4	84,8	171	201	229	255	279	321	356
M16	8,8	84,7	82,9	80,9	78,8	76,6	72,2	67,8	153	180	206	230	252	291	325
	10,9	124,4	121,7	118,8	115,7	112,6	106,1	99,6	224	264	302	338	370	428	477
	12,9	145,5	142,4	139,0	135,4	131,7	124,1	116,8	262	309	354	395	433	501	558
M18	8,8	107	104	102	99	96	91	85	220	259	295	329	360	415	462
	10,9	152	149	145	141	137	129	121	314	369	421	469	513	592	657
	12,9	178	174	170	165	160	151	142	367	432	492	549	601	692	769
M20	8,8	136	134	130	127	123	116	109	308	363	415	464	509	588	655
	10,9	194	190	186	181	176	166	156	438	517	592	661	725	838	933
	12,9	227	223	217	212	206	194	182	513	605	692	773	848	980	1092
M22	8,8	170	166	162	158	154	145	137	417	495	567	634	697	808	901
	10,9	242	237	231	225	219	207	194	595	704	807	904	993	1151	1284
	12,9	283	277	271	264	257	242	228	696	824	945	1057	1162	1347	1502
M24	8,8	196	192	188	183	178	168	157	529	625	714	798	875	1011	1126
	10,9	280	274	267	260	253	239	224	754	890	1017	1136	1246	1440	1604
	12,9	327	320	313	305	296	279	262	882	1041	1190	1329	1458	1685	1877
M27	8,8	257	252	246	240	234	220	207	772	915	1050	1176	1292	1498	1672
	10,9	367	359	351	342	333	314	295	1100	1304	1496	1674	1840	2134	2381
	12,9	429	420	410	400	389	367	345	1287	1526	1750	1959	2153	2497	2787
M30	8,8	313	307	300	292	284	268	252	1053	1246	1428	1597	1754	2031	2265
	10,9	446	437	427	416	405	382	359	1500	1775	2033	2274	2498	2893	3226
	12,9	522	511	499	487	474	447	420	1755	2077	2380	2662	2923	3386	3775
M33	8,8	389	381	373	363	354	334	314	1415	1679	1928	2161	2377	2759	3081
	10,9	554	543	531	517	504	475	447	2015	2392	2747	3078	3385	3930	4388
	12,9	649	635	621	605	589	556	523	2358	2799	3214	3601	3961	4598	5135
M36	8,8	458	448	438	427	415	392	368	1825	2164	2482	2778	3054	3541	3951
	10,9	652	638	623	608	591	558	524	2600	3082	3535	3957	4349	5043	5627
	12,9	763	747	729	711	692	653	614	3042	3607	4136	4631	5089	5902	6585
M39	8,8	548	537	525	512	498	470	443	2348	2791	3208	3597	3958	4598	5137
	10,9	781	765	748	729	710	670	630	3345	3975	4569	5123	5637	6549	7317
	12,9	914	895	875	853	831	784	738	3914	4652	5346	5994	6596	7664	8562



Para una métrica 24, calidad del tornillo 8.8 y rugosidad 0,08 nos da una fuerza de montaje $F_{MTab} = 196 \text{ KN}$.

Esta fuerza de montaje nos da para una tensión de pretensión del 0,9 del límite elástico. Como nuestro conjunto esta pretensado al 0,8 del límite elástico, esta fuerza de montaje la multiplicaremos por el ratio.

$$F_{MTab} = 196 \text{ KN} \cdot \frac{0,8}{0,9} = 174,22 \text{ KN}$$

$$F_{Mzul} = F_{MTab}$$

Debe cumplir que $F_{Mzul} > F_{M \max} = 174000 > 64839,30$ “cumple”

R7.1 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DEL TORNILLO DEBIDA A LA PRECARGA

Si se calcula el programa FEM al 80% del límite elástico nos da una tensión de pretensión de 512 MPa.

La tabla de la norma da un valor menor de tensión ya que tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y la tuerca.

Para poner comparar los resultados del FEM con los de la VDI es necesario conseguir la misma fuerza de pretensión en ambos casos.

$$F_{Mzul} = F_{MFEM}$$

$$\sigma_{zFEM} = \frac{F_{MFEM}}{A_N} = \frac{174000 \text{ N}}{353 \text{ mm}^2} = 492,91 \text{ Mpa} \approx 493 \text{ MPa}$$

σ_{zFEM} es la tensión de pretensión real del tornillo. La tensión a la que debemos pretensar el FEM para poder comparar los resultados.

A_N (área nominal del tornillo en el FEM). $A_N = A_S = 353 \text{ mm}^2$ (área resistente del tornillo).

R8 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE TRABAJO

$$F_{S \max} = F_{Mzul} + \Phi * F_{A \max} - \Delta F \cdot V_{th} = 174000 \text{ N} + 0.2042 \cdot (69565) = 188205,17 \text{ N}$$

$F_{S \max}$ es la fuerza máxima del tornillo.

Φ es el coeficiente de reparto.

$\Delta F \cdot V_{th} = 0$ (Incremento de temperatura)



La tensión axial máxima del tornillo será:

$$\sigma_{Z \max} = \frac{F_{S \max}}{A_0} = \frac{188205,17 \text{ N}}{353 \text{ mm}^2} = 533,16 \text{ MPa.}$$

$$A_0 = A_s \text{ (área resistente del tornillo)}$$

$$A_s = 353 \text{ mm}^2$$

La tensión máxima de cortadura será:

$$\tau_{\max} = \frac{M_G}{W_p} = \frac{260342,45 \text{ N}}{1870,84 \text{ mm}^3} = 139,15 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \text{Donde } M_G &= F_{Mzul} \cdot \frac{d_2}{2} \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_{G \min} \right) \\ &= 174000 \cdot \frac{22,051}{2} \left(\frac{3}{\pi \cdot 22,051} + 1,155 \cdot 0,08 \right) = 260342,45 \text{ N.mm} \end{aligned}$$

$\mu_{G \min}$ es el coeficiente de fricción en la rosca del tornillo. $\mu_{G \min} = 0,08$

d_2 Diámetro de la rosca del tornillo. Tabla A11. $d_2 = 22,051$

P es el paso de la rosca del tornillo P = 3.

$$W_p = \frac{\pi}{16} d_0^3 = \frac{\pi}{16} (21,20)^3 = 1870,84 \text{ mm}^3$$

Donde $d_0 = d_s$ (diámetro resistente del tornillo). Tabla A11. $d_s = 21,20 \text{ mm}$

La tensión total del tornillo será:

$$\begin{aligned} \sigma_{red,B} &= \sqrt{\sigma_{Z \max}^2 + 3(k_t \cdot \tau_{\max})^2} = \sqrt{(533,16)^2 + 3(0,5 \cdot 139,15)^2} = 546,60 \text{ MPa} \\ k_t &= 0,5 \end{aligned}$$

$$\sigma_{red,B} < f_y \text{ (Límite elástico)} \quad 546,60 < 640 \text{ MPa "cumple"}$$

R9 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE FATIGA

En nuestros modelos de FEM no hemos aplicado ningún esfuerzo de fatiga.



R10 DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN MÁXIMA DE LA PLACA

Estado de pretensión.

$$P_{M \max} = \frac{F_{Mzul}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{174000}{719,43} = 241,85 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa} \quad \text{“cumple”}$$

$A_{P \min}$ Área efectiva de la arandela.

$$A_{P \min} = \frac{\pi}{4} (d_{wa})^2 - \frac{\pi}{4} (26)^2 = \frac{\pi}{4} (39,9)^2 - \frac{\pi}{4} (26)^2 = 719,43 \text{ mm}^2$$

$$d_{wa} = d_w + 1,6 \cdot h_s; \quad d_{wa} = 33,5 + 1,6 \cdot 4 = 39,9 \text{ mm}$$

P_G Tabla A.9. Para un acero estructural plano $P_G = 710 \text{ MPa}$.

Tensión de rotura por compresión según DIN 50.150.

Aproximadamente $\sigma_{RC} = 2 \cdot \sigma_e$

h_s Es el espesor de la arandela. $h_s = 4 \text{ mm}$.

Estado de trabajo.

$$P_{B \max} = \frac{F_{V \max} + F_{SA \max}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{164520,5 + 14205,17}{719,43} = 247,98 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa}$$

“cumple”

$F_{V \max}$ Es la fuerza del tornillo debido a la pretensión.

$$F_{V \max} = F_{Mzul} - F_Z = 174000 - 9479,48 = 164520,52 \text{ N}$$

F_{Mzul} Es la fuerza de montaje.

F_Z Es la pérdida de precarga debido a la incrustación.

$F_{SA \max}$ Fuerza del tornillo debido a la fuerza externa. $F_{SA \max} = 0,2042 \cdot 69565 = 14205,173 \text{ N}$

R11 DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD MÍNIMA DE ROSCADO

Esta longitud es para el caso de uniones con tornillo y placa roscada. Para uniones con tornillo pasante y tuerca la norma dice que la longitud mínima de la tuerca cumple esta longitud mínima.



R12 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE SEGURIDAD PARA EVITAR EL ROZAMIENTO ENTRE PLACAS

Al ser $F_{K_{eff}} = 0$, no hace falta calcular este factor de seguridad.

R13 DETERMINACIÓN DEL PAR DE APRIETE

El par de apriete se puede determinar de la tabla A1 para una métrica y dureza del tornillo.

Para una métrica 24 y dureza 8.8 nuestro par de apriete es 529 N.m

5.2.3 RESOLUCIÓN CON EL MÉTODO FEM.

1. Descripción del modelo FEM.

Para crear las placas de la unión se modelizan dos chapas mediante elementos sólidos de 8 nudos (CHEXA – formato NASTRAN).

Los tornillos se modelizan con elementos barra (CBEAM – formato NASTRAN).

El contacto entre chapas se modeliza mediante de elementos GAP nudo a nudo (CGAP – formato NASTRAN).

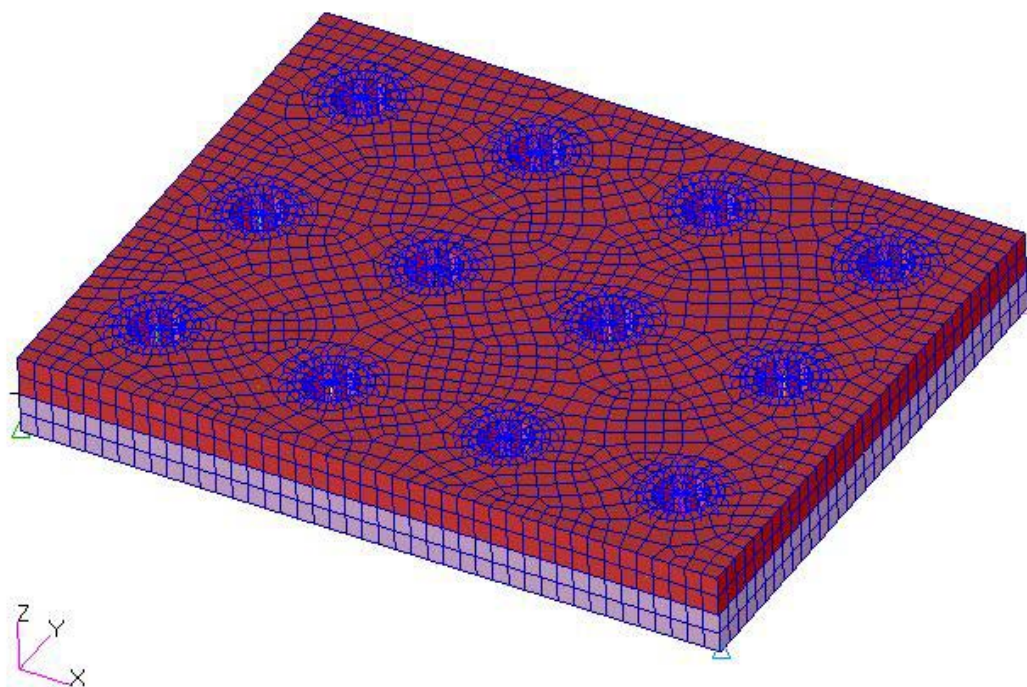


Figura.5.2.7. Unión atornillada modelizada.

El material utilizado es acero lineal con las siguientes características mecánicas;

Módulo de Elasticidad: 210000MPa

Poisson: 0.3

Coefficiente de dilatación térmica: $1.2e-5T^{-1}$

Para conseguir el apriete entre las chapas, y considerando que NASTRAN no tiene una utilidad de aplicación directa, se provoca un enfriamiento de los tornillos tal que la pretensión alcanzada en cada uno de ellos sea coincidente con el valor indicado en la norma VDI2230.

La aplicación de las cargas se realiza mediante ecuaciones de acoplamiento del tipo RBE3. Esta ecuación no añade rigidez al modelo. Únicamente transmite las fuerzas y momentos aplicados en el nudo maestro a un sistema de fuerzas equivalentes en cada uno de los tornillos.

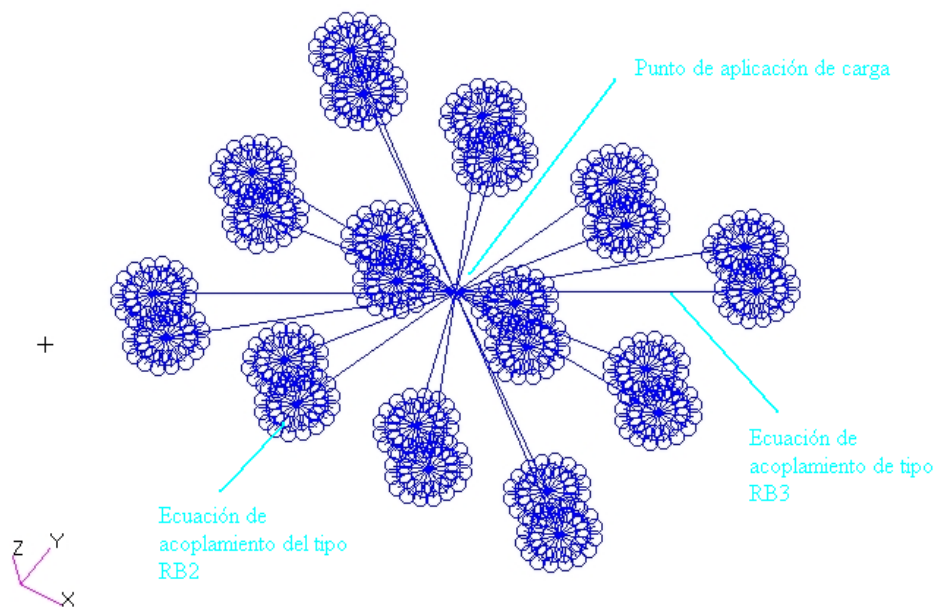


Figura.5.2.8. Ecuaciones de distribución de carga.

No se modelizan las arandelas. Sin embargo, para evitar efectos locales que puedan distorsionar los cálculos, se definen unas ecuaciones de acoplamiento rígidas (RBE2 – formato NASTRAN) aplicadas entre el diámetro medio de la cabeza del tornillo y el diámetro del agujero).

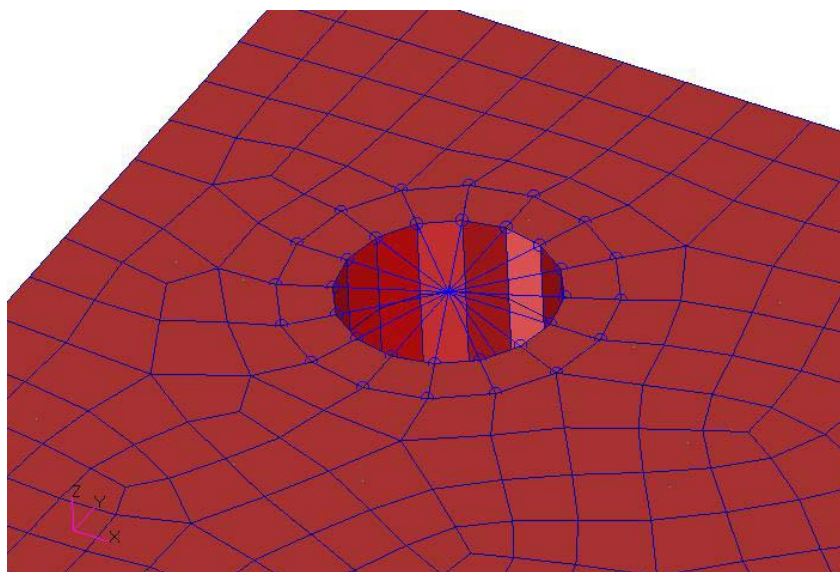


Figura. 5.2.9. Ecuación de acoplamiento del tipo RB2.



Cálculo lineal. Es necesario que el modelo cumpla las siguientes condiciones:

1. Pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones.
2. Material con propiedades mecánicas constantes (módulo de elasticidad y módulo de Poisson constantes).
3. No hay contactos.

Cálculo no lineal: En cuanto una de las condiciones anteriores falla, el cálculo pasa a ser no lineal.

En nuestro caso hemos trabajado dentro del régimen no lineal.

2. Resultados FEM.

Tabla con las fuerzas que llegan a cada “sector” de la unión.

	Fuerza axial (N)
Sección 1	69565,21
Sección 2	23188,4
Sección 3	-23188,4
Sección 4	-69565,21
Sección 5	69565,21
Sección 6	23188,4
Sección 7	-23188,4
Sección 8	-69565,21
Sección 9	69565,21
Sección 10	23188,4
Sección 11	-23188,4
Sección 12	-69565,21

Como se puede ver las secciones más desfavorables son la sección 1, 5 y 9 por lo que habrá que dimensionar la unión para este grado de carga.

Esta carga se reparte entre variación de carga en el tornillo y variación del cono de compresión en las chapas.

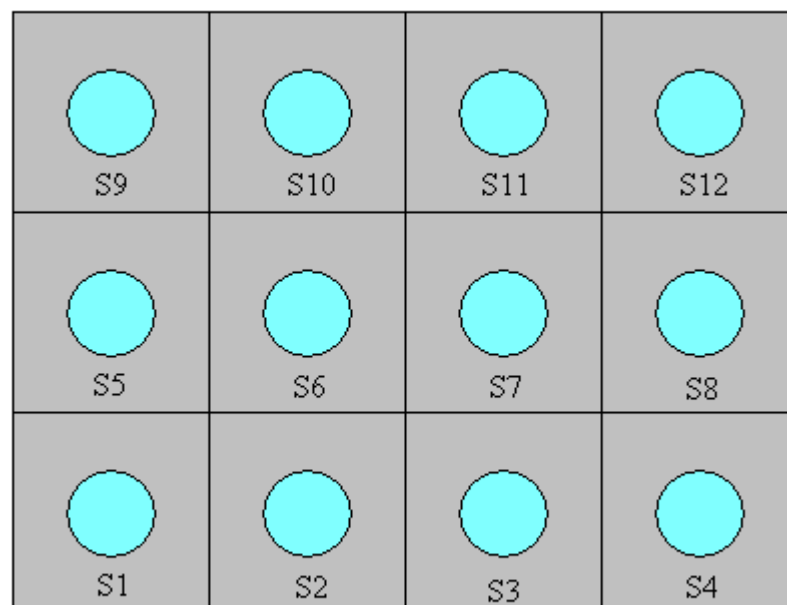
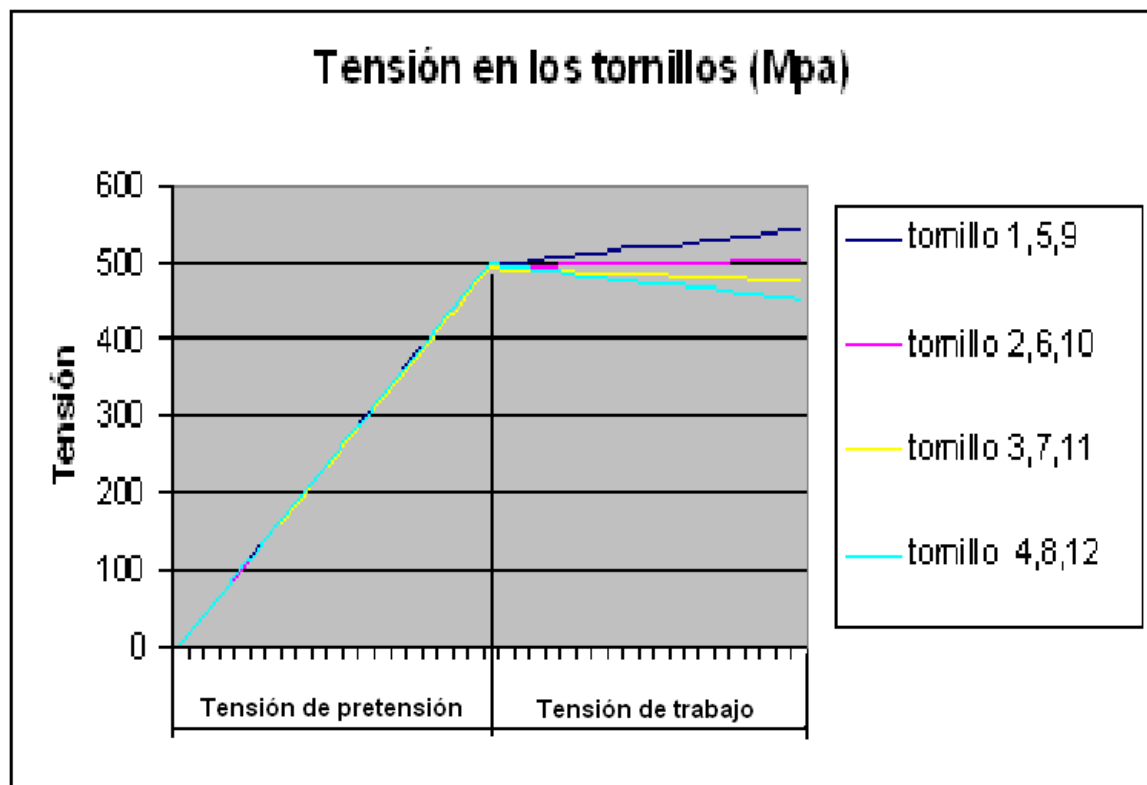


Figura.5.2.10. Secciones de la placa.

Tabla con las tensiones que llegan a cada tornillo.

TORNILLOS	Tensión pretensión (Mpa)	Tensión trabajo (Mpa)
1	493	537
2	493	507
3	493	479
4	493	449
5	493	537
6	493	507
7	493	478
8	493	449
9	493	537
10	493	507
11	493	479
12	493	449

Gráfica con las tensiones que llegan a cada tornillo.



En esta grafica se puede apreciar que todos los tornillos se pretensionan a la misma tensión (493 MPa).

Al aplicar un momento horario en el eje Y en el centro de la placa se puede ver como los tornillos que se encuentran más a la izquierda son los que más se traccionan. (Tornillos 1,5,9).

Tensión tornillo 1,5,9 = tensión pretensión + tensión trabajo= $493 + 44 = 537$ MPa.

Tensión tornillo 2,6,10 = tensión pretensión + tensión trabajo= $493 + 14 = 507$ MPa.

Los tornillos que se encuentran en la parte derecha de la placa, tornillos (3, 4,7, 8, 11,12) se pueden apreciar como disminuye la tensión ya que este momento externo esta comprimiendo a los tornillos.

Tensión tornillo 3,7,11 = tensión pretensión - tensión trabajo= $493 - 14 = 479$ MPa.

Tensión tornillo 4,8,12 = tensión pretensión - tensión trabajo= $493 - 44 = 549$ MPa.

Postproceso de tensiones en la placa.

Para la pretensión:

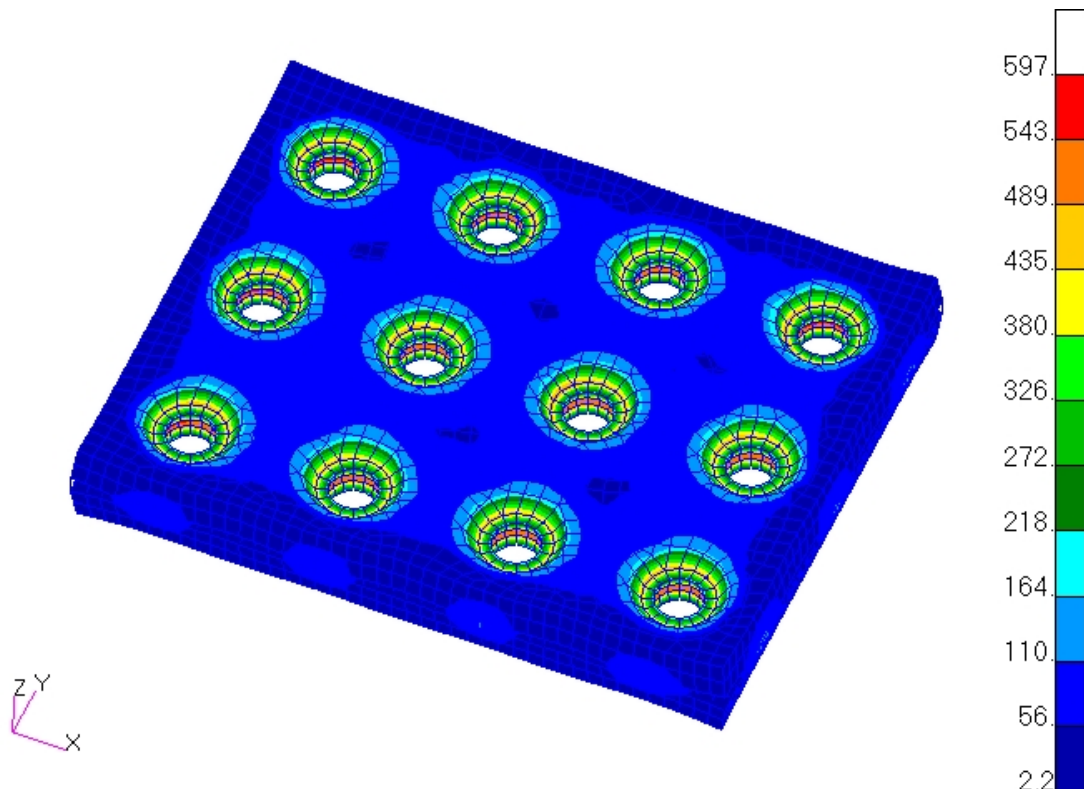


Figura.5.2.11. Tensión de pretensión.

Referente al nivel de tensiones alcanzado en la placa, es necesario realizar las siguientes reflexiones:

3. En zonas afectadas por el cono de compresión del tornillo, la tensión elástica alcanzada en la placa, supera el límite elástico del material. Este efecto está localizado en las aristas de los agujeros cilíndricos mecanizados. En la pieza real, se definen unos chaflanes que minimizan este problema. En cualquier caso, pudiera producirse una plastificación mínima del acero en estas zonas que no acarrea ninguna consecuencia estructural.
4. En el resto de la placa, las tensiones alcanzadas son mínimas, siempre muy por debajo del límite elástico del material ($\approx 300\text{MPa}$).

Para la aplicación de carga

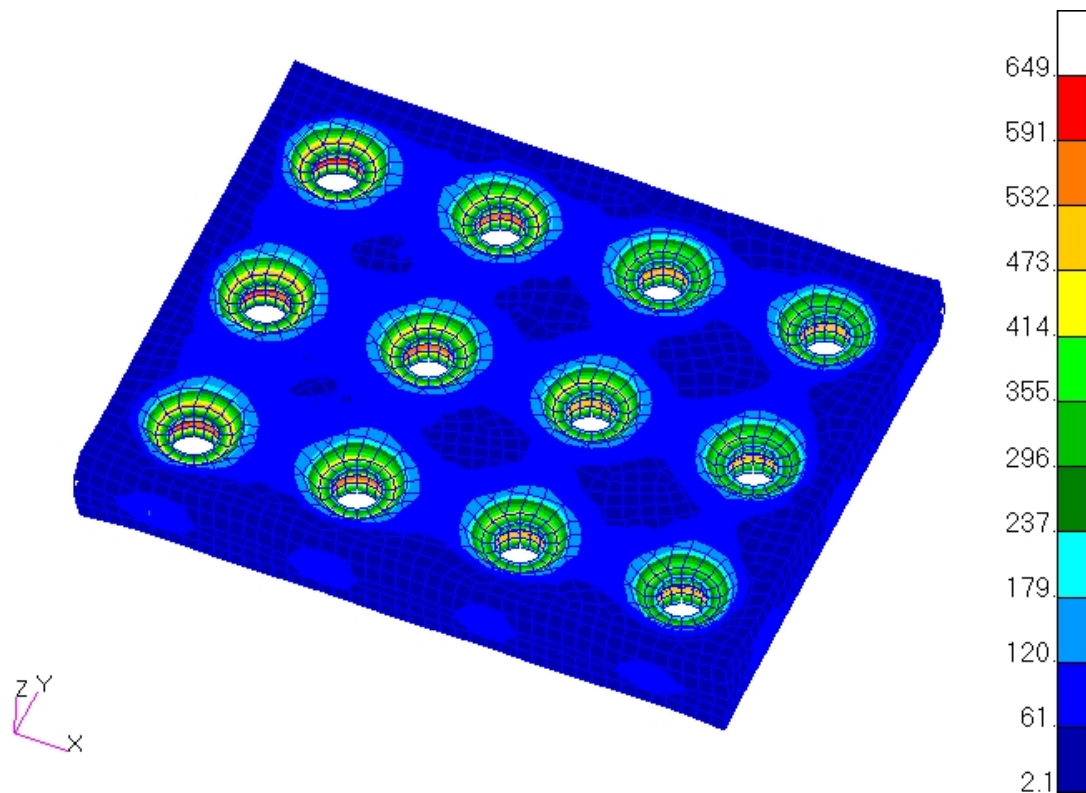


Figura.5.2.12 Tensión de trabajo.

Postproceso de deformaciones de la placa

Para la pretensión:

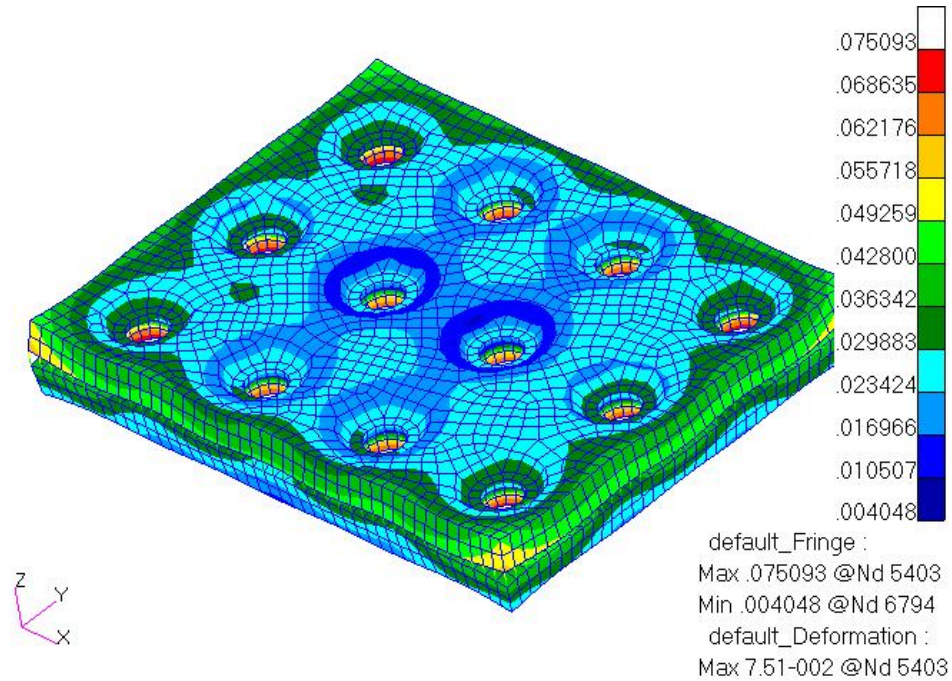


Figura.5.2.13. Deformación para la pretensión.

Para la aplicación de carga

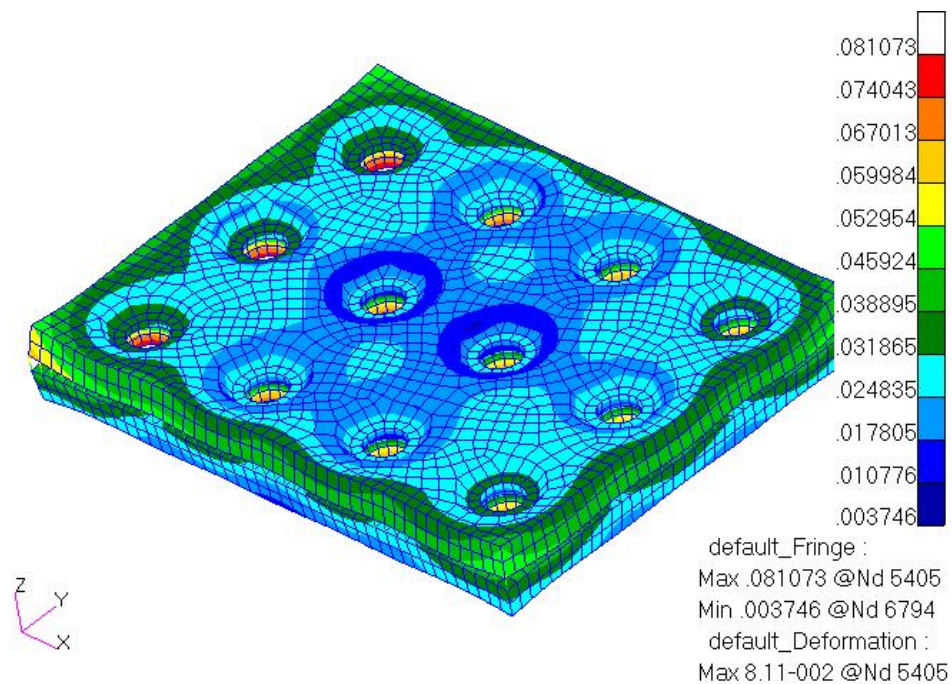


Figura.5.2.14 Deformación para la aplicación de carga.



5.2.4 CORRELACIÓN.

Para poder comparar los resultados obtenidos en nuestro programa (FEM) con los resultados obtenidos en la VDI es necesario pretensionar lo mismo que en la norma.

Teóricamente la tensión de pretensión es un 80 % del límite elástico. En nuestro caso para un tornillo de calidad 8.8 nos da una tensión de pretensión de 512 MPa.

En la norma (VDI 2230) se tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y en la tuerca por lo que la tensión de pretensión será un poco menor que la teórica. La tensión de pretensión será 493 MPa.

Vamos a analizar el tornillo que soporta mayor fuerza axial. En este ejemplo al tener solo un momento positivo en el eje Y los tornillos que soportan mayor tensión son los tornillos 1, 5 y 9.

Solo vamos a comparar la tensión axial ya que los tornillos son TAR (Tornillos de alta resistencia). Dichos tornillos solo trabajan a tracción.

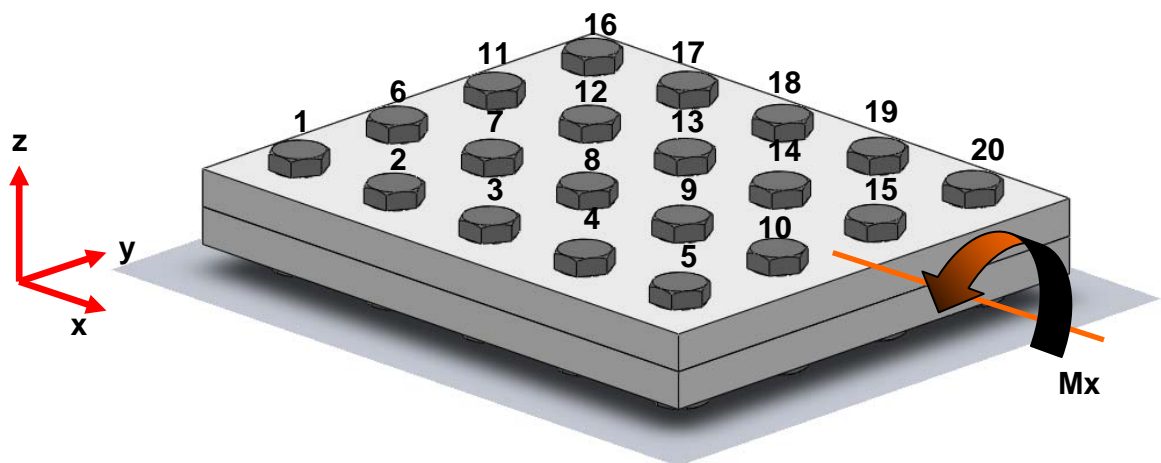
La norma VDI 2230 nos da una tensión axial $\sigma_{Z_{\max}} = 533,16 \text{ MPa}$.

Nuestro programa (FEM) nos da una tensión axial $\sigma_{Z_{\max}} = 537 \text{ MPa}$

Ambos resultados están dentro del régimen elástico f_y (Límite elástico) = 640 Mpa.

Si calculamos el error entre ambos resultados partiendo del mismo valor de pretensión nos da un error del 9,56 %.

5.3 EJEMPLO 3: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (5X4) BAJO MOMENTO EN EL EJE X.



$$M_x = 200\,000\,000 \text{ N.mm}$$

5.3.1 INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA.

El caso de carga de esta matriz será un momento en el eje X.
 $M_x = 200\,000\,000\text{ N.mm}$

Nuestra distribución de tornillos es una matriz 5x4. Esta tendrá 4 filas y en cada fila 5 tornillos.

Las dimensiones de las placas serán:

Longitud placa. $L1 = 504\text{ mm}$.
Anchura placa. $L2 = 414\text{ mm}$.
Espesor. $e = 30\text{ mm}$.

Los tornillos de nuestra unión cumplen la norma DIN 931. La métrica de los tornillos que vamos a usar en este ejemplo son M 24, y dureza 12.9.

Las dimensiones del tornillo son:

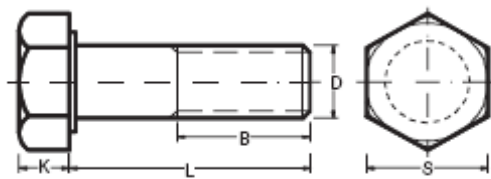


Figura.5.3.1. Dimensiones del tornillo.

$K = 15\text{ mm}$.
 $L = 80\text{ mm}$.
 $B = 54\text{ mm}$.
 $S = 36\text{ mm}$.

Las dimensiones de la tuerca son:

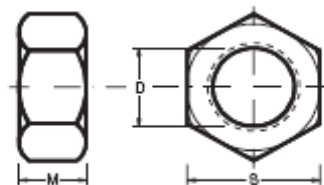


Figura.5.3.2. Dimensiones de la tuerca.

$M = 19\text{ mm}$.
 $S = 36\text{ mm}$.

El diámetro resistente del tornillo lo calculamos despejando el diámetro del área resistente del tornillo. El área resistente del tornillo lo obtenemos de la tabla A11 de la VDI 2230.

$$M24 \rightarrow A_s = 353 \text{ mm}^2 \rightarrow A_s = \frac{\pi}{4}(d_s)^2 \rightarrow d_s = 21,20 \text{ mm.}$$

El diámetro de los agujeros de la placa serán $d_h = 26 \text{ mm}$.

El diámetro medio de la cabeza del tornillo lo obtenemos del catalogo de los tornillos. $d_w = 33,5 \text{ mm}$.

Si seccionamos nuestra unión atornillada podemos ver como queda alojado nuestro tornillo en las placas.

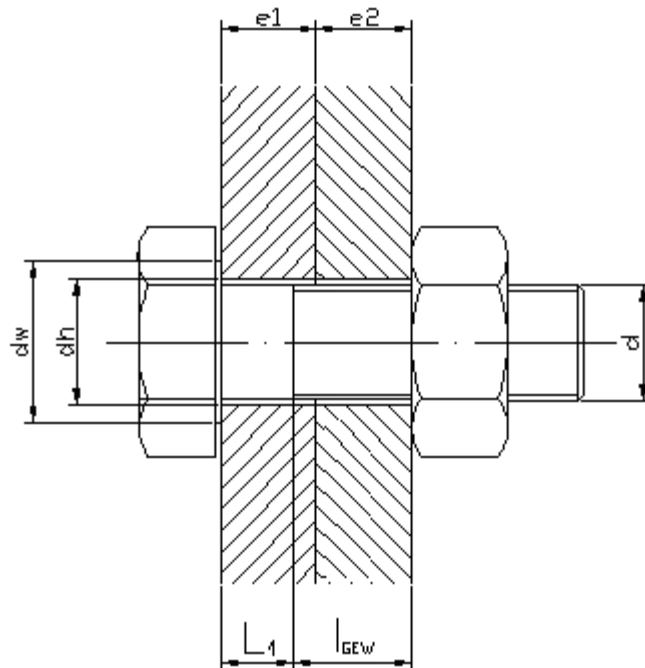


Figura.5.3.3. Sección de la unión atornillada.

l_{Gew} es la longitud de rosca que no se usa. $l_{Gew} = 34 \text{ mm}$.

l_1 es la longitud de la parte del vástago no roscado del tornillo $l_1 = 26 \text{ mm}$.

$e1$ es el espesor de la placa 1. $e1 = 30 \text{ mm}$.

$e2$ es el espesor de la placa 2. $e2 = 30 \text{ mm}$.

5.3.2 RESOLUCIÓN CON EL METODO CUALITATIVO (VDI 2230).

R0 DETERMINACIÓN DEL DIAMETRO NOMINAL

El diámetro nominal del tornillo es determinado a partir de la tabla A7.

1	2	3	4
Load in N	Nominal diameter in mm		
	Strength grade		
	12.9	10.9	8.8
250			
400			
630			
1000	3	3	3
1600	3	3	3
2500	3	3	4
4000	4	4	5
6300	4	5	6
10000	5	6	8
16000	6	8	10
25000	8	10	12
40000	10	12	14
63000	12	14	16
100000	16	18	20
160000	20	22	24
250000	24	27	30
400000	30	33	36
630000	36	39	

Tabla A7.

Elegimos la mayor fuerza axial de los tornillos de la placa que nos ha dado el programa Patrán. Para elegir esta fuerza axial nuestra unión atornillada estará sin pretensar, así que toda la carga externa se distribuirá en traccionar los tornillos y no en descomprimir las placas.

En este caso nuestra fuerza axial máxima es **115942 N**.

En nuestro caso la carga axial será estática y concéntrica al tornillo por lo que no tenemos que aumentar ningún STEPS para el cálculo de F_M min.

Nuestra F_M min será **160000 N**.

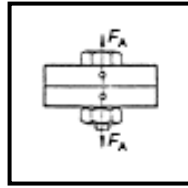


Figura.5.3.4. Caso de carga axial concéntrica.

En el caso de uniones pretensadas donde se usa una llave dinamométrica es necesario aumentar 1 STEPS para el cálculo de F_M max.

Nuestra F_M max será **250000 N**.

Para el cálculo del diámetro nominal seleccionamos la fila de **250000 N**. Nuestro tornillo tiene una calidad (12.9) por lo que nuestro diámetro nominal del tornillo será **24 mm**.

R1 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE APRIETE α_A

α_A Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos $\alpha_A = 1$ porque en el FEM no tenemos en cuenta esto.

R2 DETERMINACIÓN DE LA MINIMA PRECARGA

La mínima precarga F_{Kerf} es determinada a partir de los siguientes requerimientos.

$$F_{Kerf} \geq \max (F_{KQ}; F_{KP} + F_{KA})$$

F_{KQ} Es la mínima fuerza para contrarrestar una fuerza de cortadura. $F_{KQ} = 0$

$$F_{KQ} = \frac{F_{Qmax}}{q_F \cdot \mu_{Tmin}}$$

F_{KP} Es la mínima fuerza para conseguir el sellado entre las placas. En nuestro caso no tenemos ningún fluido. $F_{KP} = 0$

$$F_{KP} = A_D \cdot p_{i,max}$$

F_{KA} Es la mínima fuerza que hay que aplicar al tornillo para impedir que las placas se separen. $F_{KA} = 0$



$$F_{KA} = F_{Kab} = F_{A \max} \frac{A_D \cdot (a \cdot u - s_{\text{sym}} \cdot u)}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D} + M_{B \max} \frac{u \cdot A_D}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D}$$

a es la distancia entre la carga y el eje del tornillo. Como nuestra carga es concéntrica al tornillo $a = 0$.

s_{sym} Es la distancia entre el eje del tornillo y el eje de la porción de placa correspondiente a ese tornillo. Como los tornillos están centrados con respecto a sus porciones $s_{\text{sym}} = 0$

$M_{B \max}$ es un momento flector externo al tornillo $M_{B \max} = 0$

R3 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE REPARTO Φ

F_{SA} es la parte de F_A que se está llevando el tornillo. Tracción del tornillo.

F_{PA} es la parte de F_A que se están llevando las placas. Descompresión de las placas.

Φ es el coeficiente de reparto.

δ_S es la resiliencia elástica del tornillo.

δ_P es la resiliencia elástica de la placa.

Nuestro caso de carga es concéntrico y pretensado ($s_{\text{sym}} = 0$, $a = 0$).

$$\Phi_n = n \cdot \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}$$

Vamos a calcular la resiliencia elástica del tornillo δ_S .

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$

δ_{SK} es la resiliencia elástica de la cabeza hexagonal estándar.

$$\delta_{SK} = \frac{l_{SK}}{E_S \cdot A_N}, \quad \delta_{SK} = \frac{12mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 452,38mm^2} = 1,26 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

Para uniones atornilladas $l_{SK} = 0,5 \cdot d$, $l_{SK} = 0,5 \cdot 24 = 12 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4}(24)^2 = 452,38 \text{ mm}^2$

δ_{Gew} es la resiliencia elástica de la parte de rosca no ocupada.

$$\delta_{Gew} = \frac{l_{Gew}}{E_S \cdot A_{d3}}, \quad \delta_{Gew} = \frac{34mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 324,3mm^2} = 4,99 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

l_{Gew} es la longitud de rosca no ocupada. $l_{Gew} = 34 \text{ mm}$

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 324,3 \text{ mm}^2$

δ_{GM} es la resiliencia elástica de la rosca en uso.

$$\delta_{GM} = \delta_G + \delta_M = 1,76 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} + 1,01 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} = 2,77 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

δ_G es la resiliencia elástica de la rosca del tornillo que esta en contacto con la tuerca.

δ_M es la resiliencia elástica de la tuerca.

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_s \cdot A_{d3}}, \quad \delta_G = \frac{12mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 324,3mm^2} = 1,76 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$



l_G es la longitud de la rosca utilizada por la tuerca. $l_G = 0,5 \cdot d = 0,5 \cdot 24 = 12 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 324,3 \text{ mm}^2$

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_M \cdot A_N}, \delta_M = \frac{9,6mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 452,38mm^2} = 1,01 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

l_M es la longitud de rosca de la tuerca. Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $l_M = 0,4 \cdot d = 0,4 \cdot 24 = 9,6 \text{ mm}$.

E_M es el módulo de elasticidad de la tuerca. $E_M = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4} (24)^2 = 452,38 \text{ mm}^2$

δ_1 es la resiliencia elástica de la parte no roscada del vástago del tornillo.

$$\delta_1 = \frac{l_1}{E_S \cdot A_N}, \delta_1 = \frac{26mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 452,38mm^2} = 2,74 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

l_1 es la longitud de la parte del vástago del tornillo no roscado. $l_1 = 26 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4} (24)^2 = 452,38 \text{ mm}^2$

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$

$$\delta_S = 1,26 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} + 2,74 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} + 4,99 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} + 2,77 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} = 1,176 \times 10^{-6} \frac{mm}{N}.$$



Table A11. Nominal values for pitch, pitch diameter, stress cross section and cross section at minor diameter, and load $F_{0,2min}$ for shank bolts with metric standard and fine threads (pitch according to DIN 13-1 and -28; stress cross section and cross section at minor diameter according to DIN 13-28; minimum yield point according to DIN EN ISO 898-1)

Abmessung Size	Steigung Pitch	Flankendurch- messer Pitch diameter	Spannungs- querschnitt Stress cross section	Kern- querschnitt Cross section at minor diameter	Kraft an der Mindest-Streckgrenze Load at the minimum yield point $F_{0,2min} = R_{p0,2min} \cdot A_s$		
					Festigkeitsklasse/Strength grade		
	P	d_2	A_s	A_{s_0}	8.8	10.9	12.9
	mm	mm	mm ²	mm ²	N	N	N
Metrisches Regelgewinde/Metric standard thread							
M 4	0,7	3,545	8,78	7,749	5600	8900	9700
M 5	0,8	4,480	14,2	12,69	9100	13900	15600
M 6	1	5,350	20,1	17,89	12900	18900	22100
M 7	1	6,350	28,9	26,18	18500	27000	32000
M 8	1,25	7,188	36,6	32,84	23400	34500	40500
M 10	1,5	9,026	58,0	52,30	37000	55000	64000
M 12	1,75	10,883	84,3	76,25	54000	79000	93000
M 14	2	12,701	115	104,7	74000	108000	127000
M 16	2	14,701	157	144,1	100000	148000	173000
M 18	2,5	16,376	193	175,1	127000	181000	212000
M 20	2,5	18,376	245	225,2	162000	230000	270000
M 22	2,5	20,376	303	281,5	200000	285000	335000
M 24	3	22,051	353	324,3	233000	330000	390000
M 27	3	25,051	459	427,1	305000	430000	500000
M 30	3,5	27,727	561	519,0	370000	530000	620000
M 33	3,5	30,727	694	647,2	460000	650000	760000
M 36	4	33,402	817	759,3	540000	770000	900000
M 39	4	36,402	976	913,0	640000	920000	1070000
Metrisches Feingewinde/Metric fine thread							
M 8	1	7,350	39,2	36,03	25000	37000	43000
M 9	1	8,350	51,0	47,45	32500	48000	56000
M 10	1	9,350	64,5	60,45	41500	61000	71000
M 10	1,25	9,188	61,2	56,29	39000	58000	67000
M 12	1,25	11,188	92,1	86,03	59000	87000	101000
M 12	1,5	11,026	88,1	81,07	56000	83000	97000
M 14	1,5	13,026	125	116,1	80000	118000	138000
M 16	1,5	15,026	167	157,5	107000	157000	184000
M 18	1,5	17,026	216	205,1	143000	208000	238000
M 18	2	16,701	204	189,8	135000	192000	224000
M 20	1,5	19,026	272	259,0	180000	255000	300000
M 22	1,5	21,026	333	319,2	220000	315000	365000
M 24	1,5	23,026	401	385,7	265000	375000	440000
M 24	2	22,701	384	364,6	255000	360000	420000
M 27	1,5	26,026	514	497,2	340000	485000	570000
M 27	2	25,701	496	473,2	325000	465000	550000
M 30	1,5	29,026	642	622,8	425000	600000	710000
M 30	2	28,701	621	596,0	410000	580000	680000
M 33	1,5	32,026	784	762,6	520000	740000	860000
M 33	2	31,701	761	732,8	500000	720000	840000
M 36	2	34,701	915	883,8	580000	830000	970000
M 36	3	34,051	865	820,4	570000	810000	950000
M 39	2	37,701	1082	1049,0	714000	1010000	1190000
M 39	3	37,051	1028	979,7	680000	970000	1130000



Vamos a calcular la resiliencia elástica de la placa δ_p .

En primer lugar vamos a calcular el diámetro mayor del cono de compresión. $D_{A,Gr}$

$$D_{A,Gr} = d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi$$

Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $w = 1$.

d_w es el diámetro medio de la cabeza del tornillo. $d_w = 33,5$ mm.

l_K es la suma de espesores. $e_1 + e_2 = 30 + 30 = 60$ mm.

$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(\beta_L/2) + 0.153 \cdot \ln y$ [caso DSV]

$\tan \varphi$ es la tangente del ángulo que forma el cono de compresión.

$$\beta_L = \frac{l_K}{d_{w,m}} = \frac{60mm}{33,5mm} = 1,79. (\text{es una relación entre longitudes})$$

D_A diámetro en la interfase entre placas de la porción de placa correspondiente a cada tornillo.

En nuestra placa $D_A = D'_A$ ya que no tenemos chaflán.

$$y = \frac{D'_A}{d_w} = \frac{102,15mm}{33,5mm} = 3,04 (\text{es una relación entre diámetros}).$$

$$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(1,79/2) + 0.153 \cdot \ln 3,04 = 0,529 .$$

$$D_{A,Gr} = 33,5mm + 1 \cdot 60mm \cdot 0,529 = 65,24 \text{ mm.}$$

Si $D_A > D_{A,Gr}$ elegimos el primer caso..

$$D_A > D_{A,Gr} = 102,15 > 65,24.$$

$$\delta_p = \delta_p^z = \frac{2 \ln \left[\frac{(d_w + d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi - d_h)}{(d_w - d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi + d_h)} \right]}{w \cdot E_p \cdot \pi \cdot d_h \cdot \tan \varphi}$$

$$\delta_p = \frac{2 \ln \left[\frac{(33.5 + 26)(33.5 + 1.60 \cdot 0.528 - 26)}{(33.5 - 26)(33.5 + 1.60 \cdot 0.528 + 26)} \right]}{1.210000 \cdot \pi \cdot 26 \cdot 0.528} = 2.70 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Vamos a calcular el factor de la introducción de carga n.

El caso que estudiamos se asemeja a SV1. Con $\frac{a_K}{h} = 0$, con $\frac{I_A}{h} = 0$ elegimos el valor de n en la tabla 5.2/1. Elegimos el valor de n = 0,7. Dado que el caso que se estudia la introducción de carga se da justo debajo de la cabeza del tornillo y tuerca, se supone el caso extremo n = 1.

a_K es la distancia entre el borde de la zona de precarga y el punto de introducción de carga. En nuestro caso a_K tiende a 0.

H es la suma de espesores. 20mm.

$I_A = 0$. En el caso de carga concéntrica.

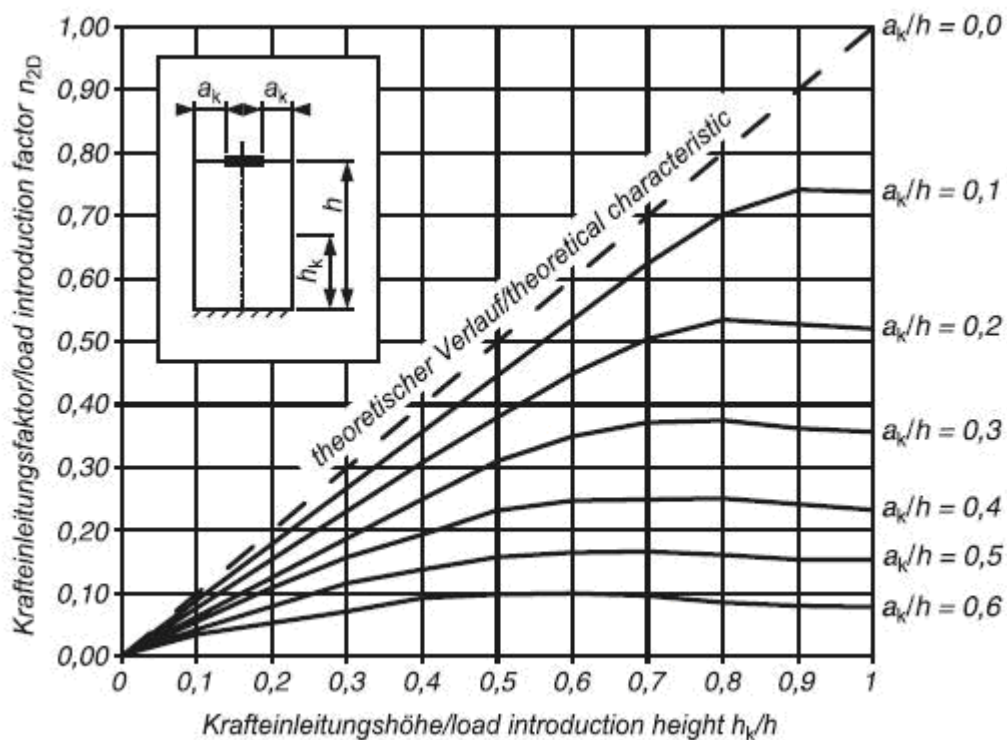


Figura.5.3.5.Factor de introducción de carga.

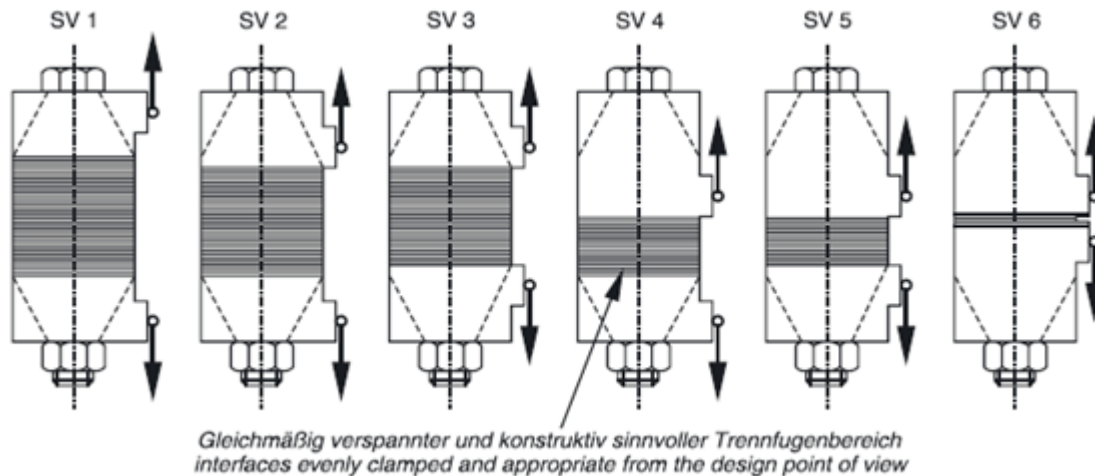


Figura.5.3.6. Tipo de introducción de carga

Nuestro factor de carga será.

$$\phi_n = n \cdot \frac{\delta_p}{\delta_s + \delta_p} = 1 \cdot \frac{2,70 \times 10^{-7}}{1,176 \times 10^{-6} + 2,70 \times 10^{-7}} = 0,1867$$

R4 DETERMINACIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE PRECARGA DEBIDO A LA INCRUSTACIÓN

Existen pérdidas de precarga debido a diferentes causas.

- Apriete de los tornillos en el área circundante.
- Incrustación de las superficies de contacto.
- Pequeño aflojado por la propia rotación de la tuerca sobre los filetes.
- Relajación de los materiales.
- Cambios de temperatura.
- Sobrecarga en la unión.

$$F_z = \frac{f_z}{\delta_s + \delta_p} = \frac{11 \times 10^{-3} \text{ mm}}{1,176 \times 10^{-6} \frac{\text{mm}}{\text{N}} + 2,70 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}} = 7607,19 \text{ N}$$

f_z es la suma de pérdidas de precarga que hay en la rosca, entre interfases de placas, en la cabeza y tuerca del tornillo. Estos valores se ven en la tabla 5.4/1. Depende de la rugosidad y del tipo de carga. Nuestra rugosidad está entre 10-40 micras y nuestro tipo de carga tensión /compresión.

Table 5.4/1. Guide values for amounts of embedding of bolts, nuts and compact clamped parts made of steel				
Average roughness height R_z according to DIN 4768	Loading	Guide values for amounts of embedding in μm		
		in the thread	per head or nut bearing area	per inner interface
< 10 μm	tension/compression	3	2,5	1,5
	shear	3	3	2
10 μm up to < 40 μm	tension/compression	3	3	2
	shear	3	4,5	2,5
40 μm up to < 160 μm	tension/compression	3	4	3
	shear	3	6,5	3,5

$$f_z = 3 + (3 + 3) + 2 = 11 \text{ micras.}$$

R5 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA MÍNIMA DE PRECARGA

Fuerza mínima necesaria para absorber la descompresión de las placas, pérdida de precarga debido a la incrustación.

$$F_{M\min} = F_{Kerf} + (1 - \Phi_{en}^*) F_{A\max} + F_Z + \Delta F'_{Vth}$$

$$F_{M\min} = 0 + (1 - 0,1867) \cdot 115942 + 7607,19 = 101902,81N$$

R6 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE PRECARGA MAXIMA

$$F_{M\max} = \alpha_A \cdot F_{M\min} = 101902,81N$$

$\alpha_A = 1$ (Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos 1 porque en el FEM no tenemos en cuenta esto)

R7 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE MONTAJE

El coeficiente de fricción para la cabeza y rosca del tornillo es 0,08.

Vamos a la tabla A1, según la métrica, dureza del tornillo y coeficiente de fricción elegimos la fuerza de montaje.



Tabelle A1. Montagewerkspannkraft F_{MTB} und Anziehdrehmomente M_A bei $\nu = 0,9$ für Schachtschrauben mit metrischem Regalgewinde nach DIN ISO 262; Kopfabmessungen von Sechskantschrauben nach DIN EN ISO 4014 bis 4018, Schrauben mit Außensechskant nach DIN 34 800 bzw. Zylinderschrauben nach DIN EN ISO 4762 und Bohrung „mittel“ nach DIN EN 20 273

Table A1. Assembly preload F_{MTB} and tightening torque M_A with $\nu = 0,9$ for shank bolts with metric standard thread according to DIN ISO 262; head dimensions of hexagonal bolts according to DIN EN ISO 4014 to 4018, hexalobular external driving head bolts according to DIN 34 800 or cylindrical bolts according to DIN EN ISO 4762 and hole "medium" according to DIN EN 20 273

Abm. Size	Fest-Klasse Strength Grade	Montagewerkspannkraft/Assembly preload F_{MTB} in kN für $\mu_G =$							Anziehdrehmomente/Tightening torque M_A in Nm für $\mu_K = \mu_G =$						
		0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24
M 4	8.8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	3,9	3,7	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	4,1	4,5
	10.9	6,8	6,7	6,5	6,3	6,1	5,7	5,4	3,3	3,9	4,6	4,8	5,3	6,0	6,6
	12.9	8,0	7,8	7,6	7,4	7,1	6,7	6,3	3,9	4,5	5,1	5,6	6,2	7,0	7,8
M 5	8.8	7,6	7,4	7,2	7,0	6,8	6,4	6,0	4,4	5,2	5,9	6,5	7,1	8,1	9,0
	10.9	11,1	10,8	10,6	10,3	10,0	9,4	8,8	6,5	7,8	8,8	9,5	10,4	11,9	13,2
	12.9	13,0	12,7	12,4	12,0	11,7	11,0	10,3	7,6	8,9	10,0	11,2	12,2	14,0	15,5
M 6	8.8	10,7	10,4	10,2	9,9	9,6	9,0	8,4	7,7	9,0	10,1	11,3	12,3	14,1	15,6
	10.9	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,2	12,4	11,3	13,2	14,9	16,5	18,0	20,7	22,9
	12.9	18,4	17,9	17,5	17,0	16,5	15,5	14,5	13,2	15,4	17,4	19,3	21,1	24,2	26,8
M 7	8.8	15,5	15,1	14,8	14,4	14,0	13,1	12,3	12,6	14,8	16,8	18,7	20,5	23,6	26,2
	10.9	22,7	22,5	21,7	21,1	20,5	19,3	18,1	18,5	21,7	24,7	27,5	30,1	34,7	38,5
	12.9	26,6	26,0	25,4	24,7	24,0	22,6	21,2	21,6	25,4	28,9	32,2	35,2	40,6	45,1
M 8	8.8	19,5	19,1	18,6	18,1	17,6	16,5	15,5	18,5	21,6	24,6	27,3	29,8	34,3	38,0
	10.9	28,7	28,0	27,3	26,6	25,8	24,3	22,7	27,2	31,8	36,1	40,1	43,8	50,3	55,8
	12.9	33,6	32,8	32,0	31,1	30,2	28,4	26,6	31,8	37,2	42,2	46,9	51,2	58,9	65,3
M 10	8.8	31,0	30,3	29,6	28,8	27,9	26,3	24,7	36	43	48	54	59	68	75
	10.9	45,6	44,5	43,4	42,2	41,0	38,6	36,2	53	63	71	79	87	100	110
	12.9	53,3	52,1	50,8	49,4	48,0	45,2	42,4	62	73	83	93	101	116	129
M 12	8.8	45,2	44,1	43,0	41,9	40,7	38,3	35,9	63	73	84	93	102	117	130
	10.9	66,3	64,8	63,2	61,5	59,8	56,3	52,8	92	108	123	137	149	172	191
	12.9	77,6	75,9	74,0	72,0	70,0	65,8	61,8	108	126	144	160	175	201	223
M 14	8.8	62,0	60,6	59,1	57,5	55,9	52,6	49,3	100	117	133	148	162	187	207
	10.9	91,0	88,9	86,7	84,4	82,1	77,2	72,5	146	172	195	218	238	274	304
	12.9	106,5	104,1	101,5	98,8	96,0	90,4	84,8	171	201	229	255	279	321	356
M 16	8.8	84,7	82,9	80,9	78,8	76,6	72,2	67,8	153	180	206	230	252	291	325
	10.9	124,4	121,7	118,8	115,7	112,6	106,1	99,6	224	264	302	338	370	428	477
	12.9	145,5	142,4	139,0	135,4	131,7	124,1	116,6	262	309	354	395	433	501	558
M 18	8.8	107	104	102	99	96	91	85	220	259	295	329	360	415	462
	10.9	152	149	145	141	137	129	121	314	369	421	469	513	592	657
	12.9	178	174	170	165	160	151	142	367	432	492	549	601	692	769
M 20	8.8	136	134	130	127	123	116	109	308	363	415	464	509	588	655
	10.9	194	190	186	181	176	166	156	438	517	592	661	725	838	933
	12.9	227	223	217	212	206	194	182	513	605	692	773	848	980	1092
M 22	8.8	170	166	162	158	154	145	137	417	495	567	634	697	808	901
	10.9	242	237	231	225	219	207	194	595	704	807	904	998	1151	1284
	12.9	283	277	271	264	257	242	228	696	824	945	1057	1162	1347	1502
M 24	8.8	196	192	188	183	178	168	157	529	625	714	798	875	1011	1126
	10.9	280	274	267	260	253	239	224	754	890	1017	1136	1246	1440	1604
	12.9	327	320	313	305	298	279	262	882	1041	1190	1329	1458	1685	1877
M 27	8.8	267	259	248	240	234	220	207	772	915	1050	1176	1292	1498	1672
	10.9	367	359	351	342	333	314	295	1100	1304	1496	1674	1840	2134	2381
	12.9	429	420	410	400	389	367	345	1287	1526	1750	1959	2153	2497	2787
M 30	8.8	313	307	300	292	284	268	252	1053	1246	1428	1597	1754	2031	2265
	10.9	446	437	427	416	405	382	359	1500	1775	2033	2274	2498	2893	3226
	12.9	522	511	499	487	474	447	420	1755	2077	2380	2662	2923	3386	3775
M 33	8.8	389	381	373	363	354	334	314	1415	1679	1928	2161	2377	2759	3081
	10.9	554	543	531	517	504	475	447	2015	2392	2747	3078	3385	3930	4388
	12.9	649	635	621	605	589	556	523	2358	2799	3214	3601	3961	4598	5135
M 36	8.8	458	448	438	427	415	392	368	1825	2164	2482	2778	3054	3541	3951
	10.9	652	638	623	608	591	558	524	2600	3082	3535	3957	4349	5043	5627
	12.9	763	747	729	711	692	653	614	3042	3607	4136	4631	5080	5902	6585
M 39	8.8	548	537	525	512	498	470	443	2348	2791	3208	3597	3958	4598	5137
	10.9	781	765	748	729	710	670	630	3345	3975	4569	5123	5637	6549	7317
	12.9	914	895	875	853	831	784	738	3914	4652	5346	5994	6596	7664	8562



Para una métrica 24, calidad del tornillo 12.9 y rugosidad 0,08 nos da una fuerza de montaje $F_{MTab} = 327 \text{ KN}$.

Esta fuerza de montaje nos da para una tensión de pretensión del 0,9 del límite elástico. Como nuestro conjunto esta pretensado al 0,8 del límite elástico, esta fuerza de montaje la multiplicaremos por el ratio.

$$F_{MTab} = 327 \text{ KN} \cdot \frac{0,8}{0,9} = 291 \text{ KN}$$

$$F_{Mzul} = F_{MTab}$$

Debe cumplir que $F_{Mzul} > F_{M \max} = 291000 > 102935,31$ “cumple”

R7.1 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DEL TORNILLO DEBIDA A LA PRECARGA

Si se calcula el programa FEM al 80% del límite elástico nos da una tensión de pretensión de 864 MPa.

La tabla de la norma da un valor menor de tensión ya que tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y la tuerca.

Para poner comparar los resultados del FEM con los de la VDI es necesario conseguir la misma fuerza de pretensión en ambos casos.

$$F_{Mzul} = F_{MFEM}$$

$$\sigma_{zFEM} = \frac{F_{MFEM}}{A_N} = \frac{291000N}{353mm^2} = 824 \text{ MPa.}$$

σ_{zFEM} es la tensión de pretensión real del tornillo. La tensión a la que debemos pretensar el FEM para poder comparar los resultados.

A_N (área nominal del tornillo en el FEM). $A_N = A_S = 353 \text{ mm}^2$ (área resistente del tornillo).

R8 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE TRABAJO

$$F_{S \max} = F_{Mzul} + \Phi \cdot F_{A \max} - \Delta F \cdot V_{th} = 291000N + 0.1867 \cdot (115942) = 312646,37 \text{ N}$$

$F_{S \max}$ es la fuerza máxima del tornillo.

Φ es el coeficiente de reparto.

$\Delta F \cdot V_{th} = 0$ (Incremento de temperatura)



La tensión axial máxima del tornillo será:

$$\sigma_{Z \max} = \frac{F_{S \max}}{A_0} = \frac{312646,37 N}{353 mm^2} = 885,68 \text{ MPa.}$$

$$A_0 = A_s \text{ (área resistente del tornillo)}$$

$$A_s = 353 \text{ mm}^2$$

La tensión máxima de cortadura será:

$$\tau_{\max} = \frac{M_G}{W_p} = \frac{435400,31 N}{1870,84 mm^3} = 232,72 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \text{Donde } M_G &= F_{Mzul} \cdot \frac{d_2}{2} \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_{G \min} \right) \\ &= 291000 \cdot \frac{22,051}{2} \left(\frac{3}{\pi \cdot 22,051} + 1,155 \cdot 0,08 \right) = 435400,31 \text{ N.mm} \end{aligned}$$

$\mu_{G \min}$ es el coeficiente de fricción en la rosca del tornillo. $\mu_{G \min} = 0,08$

d_2 Diámetro de la rosca del tornillo. Tabla A11. $d_2 = 22,051$

P es el paso de la rosca del tornillo $P = 3$.

$$W_p = \frac{\pi}{16} d_0^3 = \frac{\pi}{16} (21,20)^3 = 1870,84 \text{ mm}^3$$

Donde $d_0 = d_s$ (diámetro resistente del tornillo). Tabla A11. $d_s = 21,20 \text{ mm}$

La tensión total del tornillo será:

$$\begin{aligned} \sigma_{red,B} &= \sqrt{\sigma_{Z \max}^2 + 3(k_t \cdot \tau_{\max})^2} = \sqrt{(885,68)^2 + 3(0,5 \cdot 232,72)^2} = 908,32 \text{ MPa} \\ k_t &= 0,5 \end{aligned}$$

$$\sigma_{red,B} < f_y \text{ (Límite elástico)} \quad 908,32 < 1080 \text{ MPa "cumple"}$$

R9 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE FATIGA

En nuestros modelos de FEM no hemos aplicado ningún esfuerzo de fatiga.



R10 DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN MÁXIMA DE LA PLACA

Estado de pretensión.

$$P_{M \max} = \frac{F_{Mzul}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{291000}{719,43} = 404,48 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa} \text{ “cumple”}$$

$A_{P \min}$ Área efectiva de la arandela.

$$A_{P \min} = \frac{\pi}{4} (d_{wa})^2 - \frac{\pi}{4} (26)^2 = \frac{\pi}{4} (39,9)^2 - \frac{\pi}{4} (26)^2 = 719,43 \text{ mm}^2$$

$$d_{wa} = d_w + 1,6 \cdot h_s; \quad d_{wa} = 33,5 + 1,6 \cdot 4 = 39,9 \text{ mm.}$$

P_G Tabla A.9. Para un acero estructural plano $P_G = 710 \text{ MPa}$.

Tensión de rotura por compresión según DIN 50.150.

Aproximadamente $\sigma_{RC} = 2 \cdot \sigma_e$

h_s Es el espesor de la arandela. $h_s = 4 \text{ mm}$.

Estado de trabajo.

$$P_{B \max} = \frac{F_{V \max} + F_{SA \max}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{283392,81 + 21646,37}{719,43} = 424 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa}$$

“cumple”

$F_{V \max}$ Es la fuerza del tornillo debido a la pretensión.

$$F_{V \max} = F_{Mzul} - F_Z = 291000 - 7607,19 = 283392,81 \text{ N}$$

F_{Mzul} Es la fuerza de montaje.

F_Z Es la pérdida de precarga debido a la incrustación.

$F_{SA \max}$ Fuerza del tornillo debido a la fuerza externa. $F_{SA \max} = 0,1867 \cdot 115942 = 21646,37 \text{ N}$

R11 DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD MÍNIMA DE ROSCADO

Esta longitud es para el caso de uniones con tornillo y placa roscada. Para uniones con tornillo pasante y tuerca la norma dice que la longitud mínima de la tuerca cumple esta longitud mínima.



R12 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE SEGURIDAD PARA EVITAR EL ROZAMIENTO ENTRE PLACAS

Al ser $F_{K_{eff}} = 0$, no hace falta calcular este factor de seguridad.

R13 DETERMINACIÓN DEL PAR DE APRIETE

El par de apriete se puede determinar de la tabla A1 para una métrica y dureza del tornillo.

Para una métrica 24 y dureza 12.9 nuestro par de apriete es 882 N.m

5.3.3 RESOLUCION CON EL METODO FEM

1. Descripción del modelo FEM.

Para crear las placas de la unión se modelizan dos chapas mediante elementos sólidos de 8 nudos (CHEXA – formato NASTRAN).

Los tornillos se modelizan con elementos barra (CBEAM – formato NASTRAN).

El contacto entre chapas se modeliza mediante de elementos GAP nudo a nudo (CGAP – formato NASTRAN).

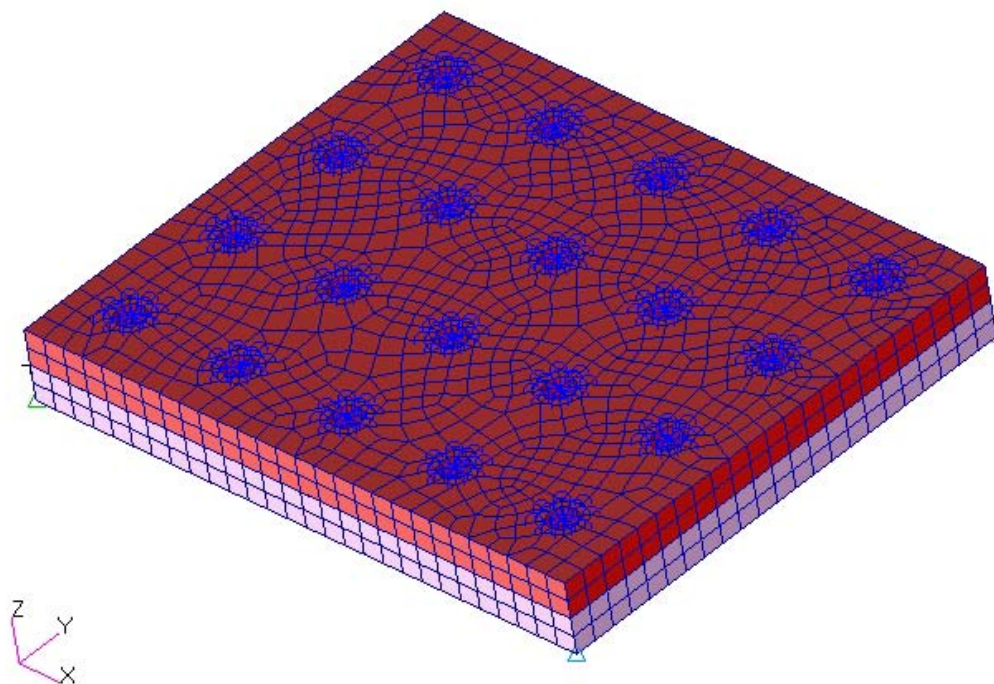


Figura.5.3.7. Unión atornillada modelizada.

El material utilizado es acero lineal con las siguientes características mecánicas;

Módulo de Elasticidad: 210000MPa

Poisson: 0.3

Coefficiente de dilatación térmica: $1.2e-5T^{-1}$

Para conseguir el apriete entre las chapas, y considerando que NASTRAN no tiene una utilidad de aplicación directa, se provoca un enfriamiento de los tornillos tal que la pretensión alcanzada en cada uno de ellos sea coincidente con el valor indicado en la norma VDI2230.

La aplicación de las cargas se realiza mediante ecuaciones de acoplamiento del tipo RBE3. Esta ecuación no añade rigidez al modelo. Únicamente transmite las fuerzas y momentos aplicados en el nudo maestro a un sistema de fuerzas equivalentes en cada uno de los tornillos.

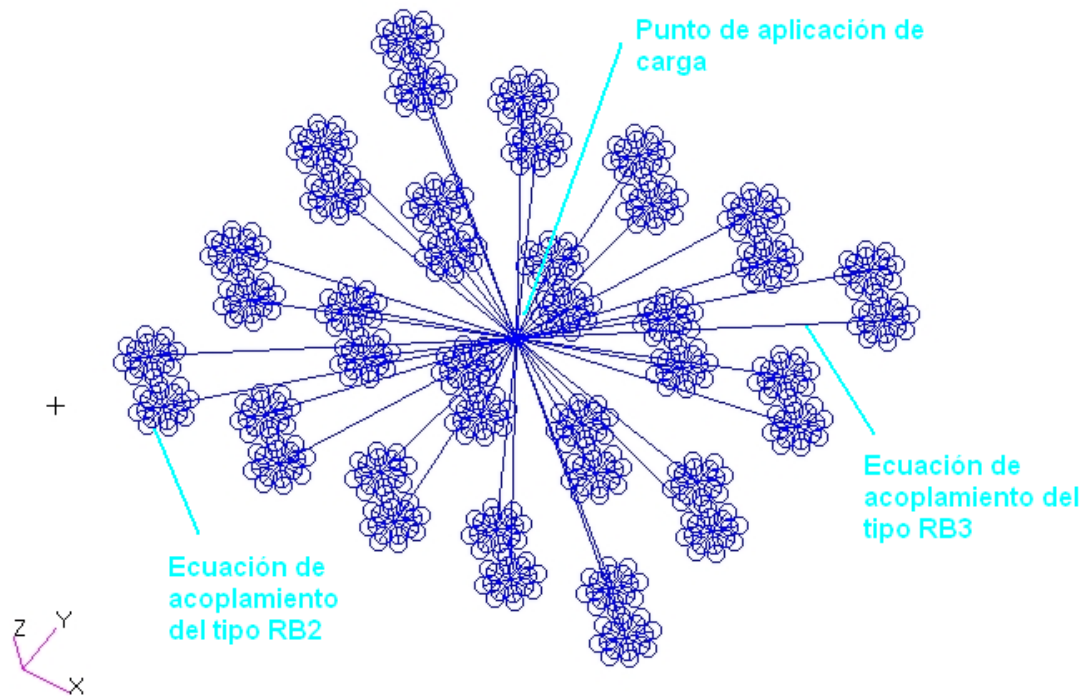


Figura.5.3.8. Ecuaciones de distribución de carga.

No se modelizan las arandelas. Sin embargo, para evitar efectos locales que puedan distorsionar los cálculos, se definen unas ecuaciones de acoplamiento rígidas (RBE2 – formato NASTRAN) aplicadas entre el diámetro medio de la cabeza del tornillo y el diámetro del agujero.

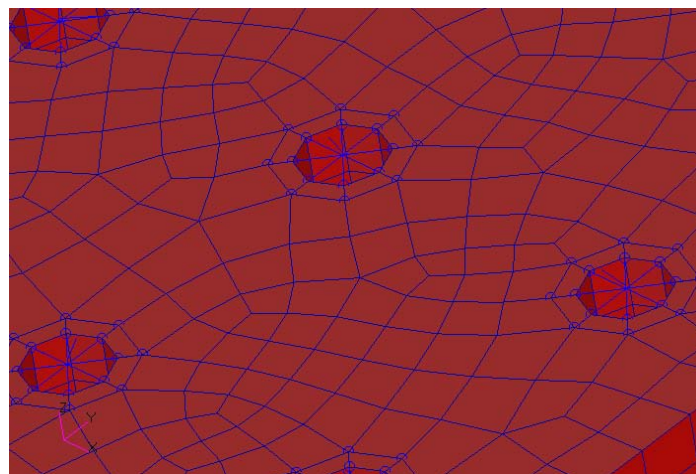


Figura.5.3.9. Ecuación de acoplamiento del tipo RB2.



Cálculo lineal. Es necesario que el modelo cumpla las siguientes condiciones:

1. Pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones.
2. Material con propiedades mecánicas constantes (módulo de elasticidad y módulo de Poisson constantes).
3. No hay contactos.

Cálculo no lineal: En cuanto una de las condiciones anteriores falla, el cálculo pasa a ser no lineal.

En nuestro caso hemos trabajado dentro del régimen no lineal.

2. Resultados FEM.

Tabla con las fuerzas que llegan a cada “sector” de la unión.

	Fuerza axial (N)
Sección 1	-115942,03
Sección 2	-115942,03
Sección 3	-115942,03
Sección 4	-115942,03
Sección 5	-115942,03
Sección 6	-38647,34
Sección 7	-38647,34
Sección 8	-38647,34
Sección 9	-38647,34
Sección 10	-38647,34
Sección 11	38647,34
Sección 12	38647,34
Sección 13	38647,34
Sección 14	38647,34
Sección 15	38647,34
Sección 16	115942,03
Sección 17	115942,03
Sección 18	115942,03
Sección 19	115942,03
Sección 20	115942,03

Como se puede ver las secciones más desfavorables son la secciones 16, 17, 18,19 y 20 por lo que habrá que dimensionar la unión para este grado de carga.

Esta carga se reparte entre variación de carga en el tornillo y variación del cono de compresión en las chapas.

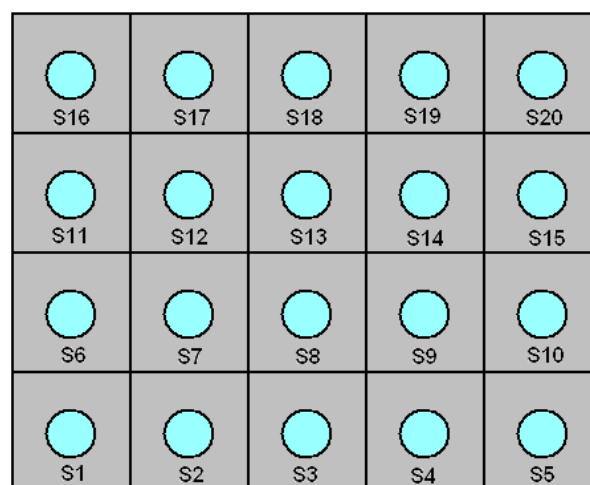
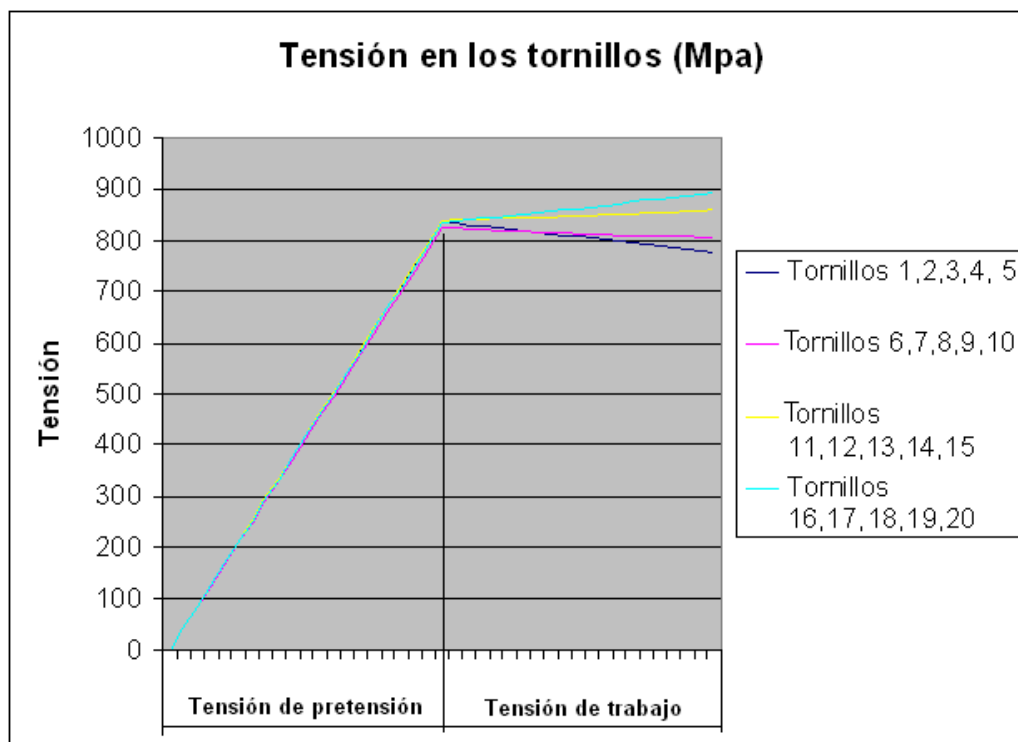


Figura.5.3.10. Secciones de la placa.

Tabla con las tensiones que llegan a cada tornillo.

TORNILLOS	Tensión pretensión (Mpa)	Tensión trabajo (Mpa)
1	824	765
2	824	765
3	824	766
4	824	767
5	824	765
6	824	805
7	824	805
8	824	805
9	824	805
10	824	804
11	824	844
12	824	843
13	824	844
14	824	843
15	824	843
16	824	882
17	824	882
18	824	883
19	824	882
20	824	883

Gráfica con las tensiones que llegan a cada tornillo.



En esta grafica se puede apreciar que todos los tornillos se pretensionan a la misma tensión (824 MPa).

Al aplicar un momento anti-horario en el eje X en el centro de la placa, se puede ver como los tornillos 16, 17, 18, 19 y 20 son los que más se traccionan.

Se puede apreciar como este momento externo comprime a los tornillos del 1 al 10.

Tensión tornillo (1, 2, 3, 4, 5) = tensión pretensión - tensión trabajo = $824 - 59 = 765$ MPa.

Tensión tornillo (6, 7, 8, 9, 10) = tensión pretensión + tensión trabajo = $824 - 19 = 537$ MPa.

Tensión tornillo (11, 12, 13, 14, 15) = tensión pretensión + tensión trabajo = $824 + 19 = 843$ MPa.

Tensión tornillo (16, 17, 18, 19, 20) = tensión pretensión + tensión trabajo = $824 + 59 = 883$ MPa.

Postproceso de tensiones en la placa.

Para la pretensión

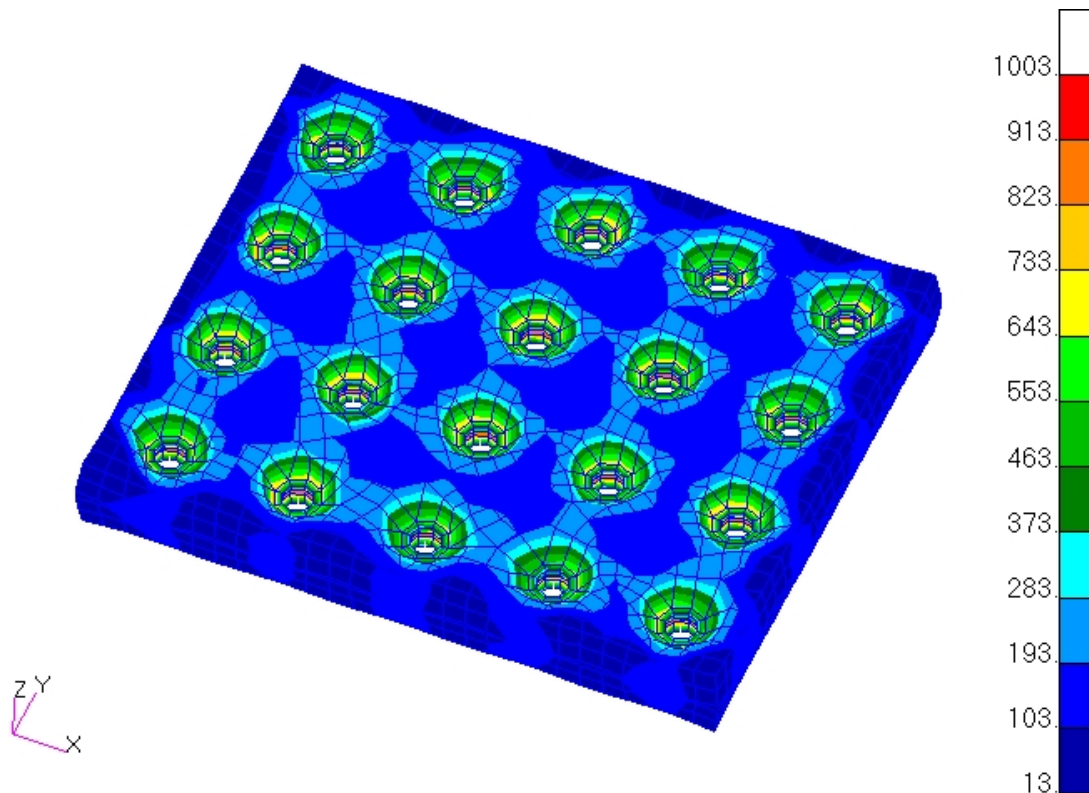


Figura.5.3.11. Tensión de pretensión.

Referente al nivel de tensiones alcanzado en la placa, es necesario realizar las siguientes reflexiones:

5. En zonas afectadas por el cono de compresión del tornillo, la tensión elástica alcanzada en la placa, supera el límite elástico del material. Este efecto está localizado en las aristas de los agujeros cilíndricos mecanizados. En la pieza real, se definen unos chaflanes que minimizan este problema. En cualquier caso, pudiera producirse una plastificación mínima del acero en estas zonas que no acarrea ninguna consecuencia estructural.
6. En el resto de la placa, las tensiones alcanzadas son mínimas, siempre muy por debajo del límite elástico del material ($\approx 300\text{MPa}$).

Para la aplicación de carga

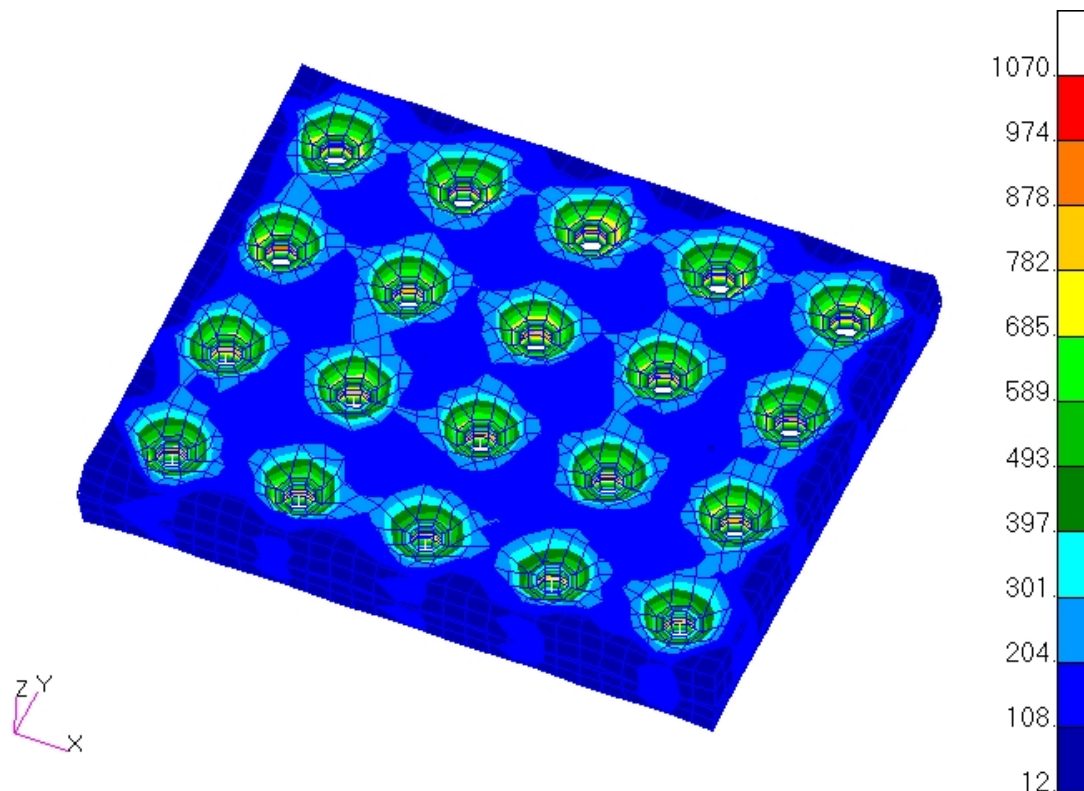
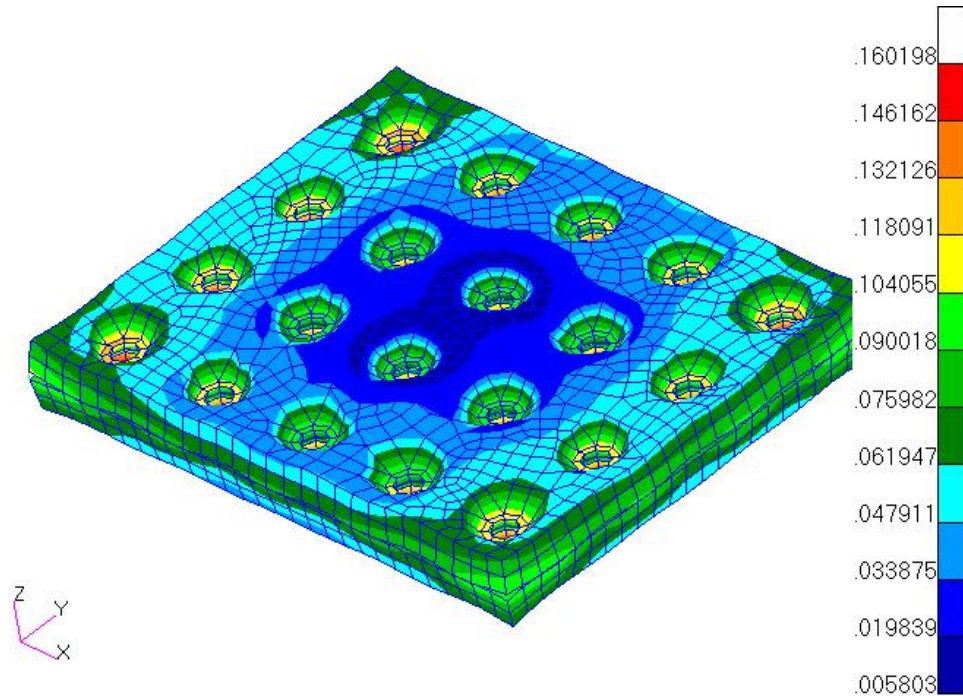


Figura.5.3.12.Tensión de trabajo.

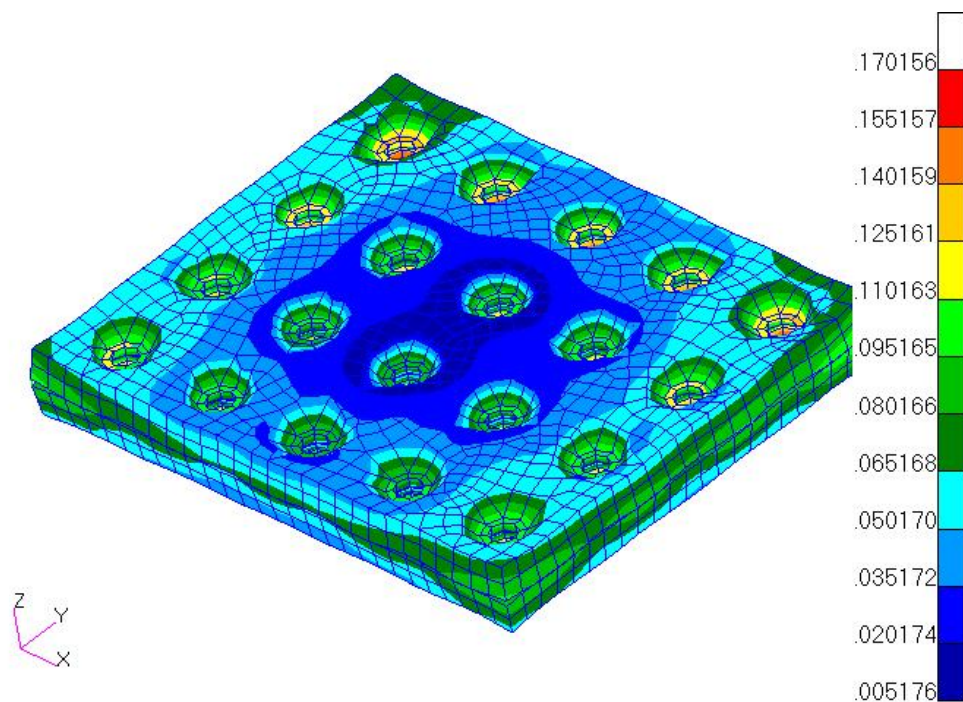
Se puede ver que la tensión en la placa casi no aumenta al aplicar la carga externa.

Postproceso de deformaciones de la placa

Para la pretensión:

**Figura.5.3.13.** Deformación para la pretensión.

Para la aplicación de carga

**Figura.5.3.14.** Deformación para la aplicación de carga.



5.3.4 CORRELACIÓN

Para poder comparar los resultados obtenidos en nuestro programa (FEM) con los resultados obtenidos en la VDI es necesario pretensionar lo mismo que en la norma.

Teóricamente la tensión de pretensión es un 80 % del límite elástico. En nuestro caso para un tornillo de calidad 12.9 nos da una tensión de pretensión de 864 MPa.

En la norma (VDI 2230) se tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y en la tuerca por lo que la tensión de pretensión será un poco menor que la teórica. La tensión de pretensión será 824 MPa.

Vamos a analizar el tornillo que soporta mayor fuerza axial. En este ejemplo al tener solo un momento positivo en el eje X los tornillos que soportan mayor tensión son los tornillos 16, 17, 18, 19 y 20.

Solo vamos a comparar la tensión axial ya que los tornillos son TAR (Tornillos de alta resistencia). Dichos tornillos solo trabajan a tracción.

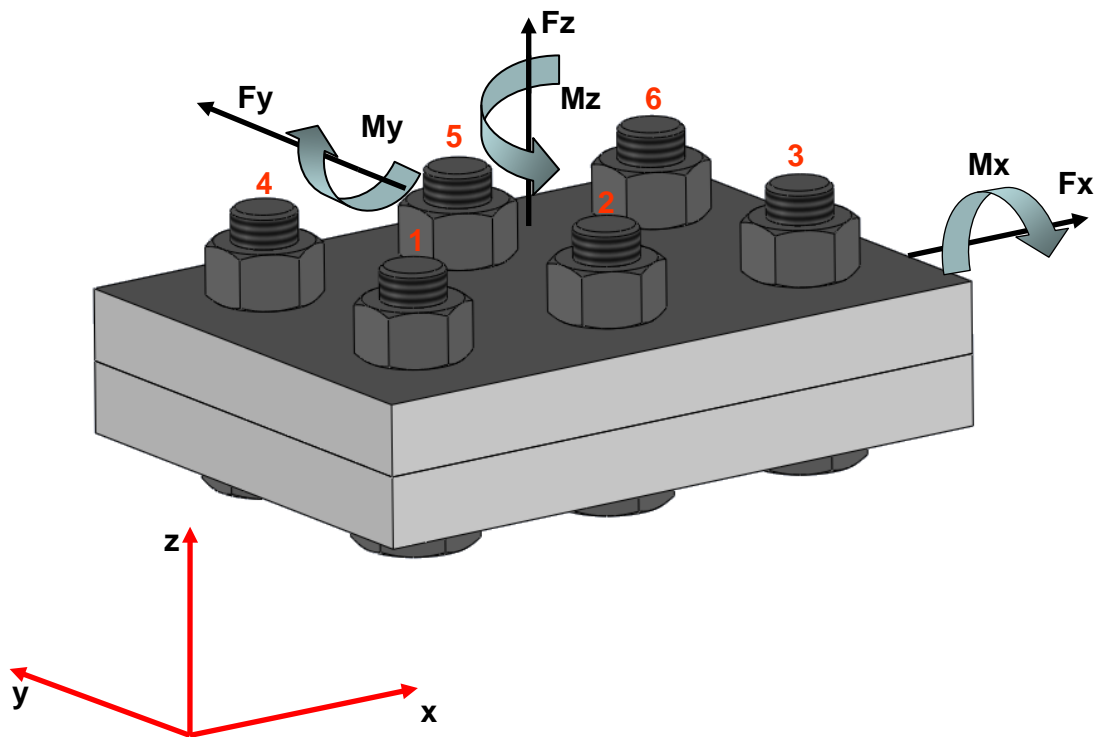
La norma VDI 2230 nos da una tensión axial $\sigma_{Z \max} = 885,68 \text{ MPa}$.

Nuestro programa (FEM) nos da una tensión axial $\sigma_{Z \max} = 882,4 \text{ MPa}$

Ambos resultados están dentro del régimen elástico f_y (Límite elástico)= 1080MPa.

Si calculamos el error entre ambos resultados partiendo del mismo valor de pretensión nos da un error del 5,31 %.

5.4 EJEMPLO 2: DISPOSICIÓN DE TORNILLOS MATRICIAL (3X2) BAJO UN CASO DE CARGA COMBINADA.



5.4.1 INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA.

El caso de carga de esta matriz será un caso de carga combinada.

$$\begin{aligned}F_x &= 20\,000\text{ N.}\\F_y &= 20\,000\text{ N.}\\F_z &= 200\,000\text{ N.}\\M_x &= 60\,000\,000\text{ N.mm.}\\M_y &= 60\,000\,000\text{ N.mm.}\\M_z &= 500\,000\text{ N.mm.}\end{aligned}$$

Nuestra distribución de tornillos es una matriz 3x2. Esta tendrá 2 filas y en cada fila 3 tornillos.

Las dimensiones de las placas serán:

$$\begin{aligned}\text{Longitud placa. } L1 &= 378\text{ mm.}\\\text{Anchura placa. } L2 &= 273\text{ mm.}\\\text{Espesor. } e &= 40\text{ mm.}\end{aligned}$$

Los tornillos de nuestra unión cumplen la norma DIN 931. La métrica de los tornillos que vamos a usar en este ejemplo son M 36, y dureza 12.9.

Las dimensiones del tornillo son:

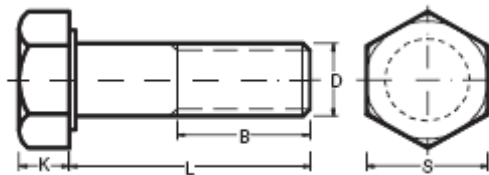


Figura.5.4.1. Dimensiones del tornillo.

$$\begin{aligned}K &= 22\text{ mm.}\\L &= 130\text{ mm.}\\B &= 78\text{ mm.}\\S &= 55\text{ mm.}\end{aligned}$$

Las dimensiones de la tuerca son:

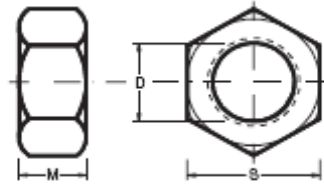


Figura.5.4.2. Dimensiones de la tuerca.

$$M = 29 \text{ mm.}$$

$$S = 55 \text{ mm.}$$

El diámetro resistente del tornillo lo calculamos despejando el diámetro del área resistente del tornillo. El área resistente del tornillo lo obtenemos de la tabla A11 de la VDI 2230.

$$M36 \rightarrow A_s = 817 \text{ mm}^2 \rightarrow A_s = \frac{\pi}{4} (d_s)^2 \rightarrow d_s = \mathbf{32,25 \text{ mm.}}$$

El diámetro de los agujeros de la placa serán $d_h = \mathbf{39 \text{ mm.}}$

El diámetro medio de la cabeza del tornillo lo obtenemos del catalogo de los tornillos. $d_w = \mathbf{51,1 \text{ mm.}}$

Si seccionamos nuestra unión atornillada podemos ver como queda alojado nuestro tornillo en las placas.

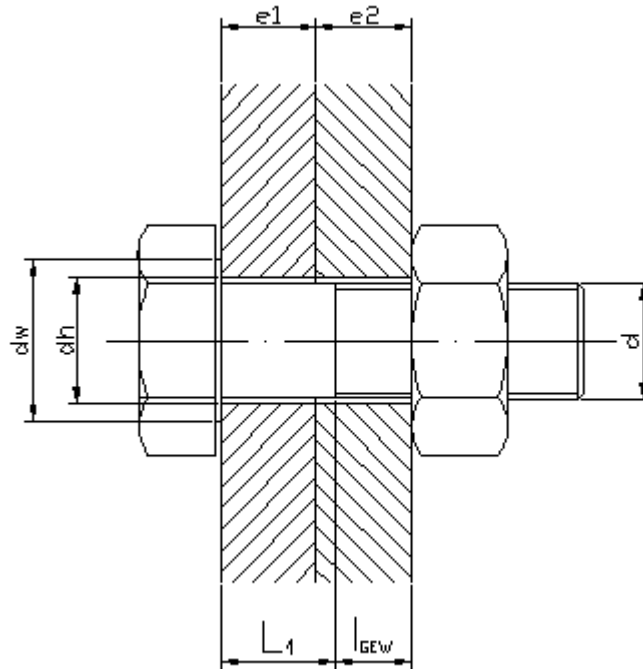


Figura.5.4.3. Sección de la unión atornillada.

l_{Gew} es la longitud de rosca que no se usa. $l_{Gew} = 28 \text{ mm}$.

l_1 es la longitud de la parte del vástago no roscado del tornillo $l_1 = 52 \text{ mm}$.

$e1$ es el espesor de la placa 1. $e1 = 40 \text{ mm}$.

$e2$ es el espesor de la placa 2. $e2 = 40 \text{ mm}$.

5.4.2 RESOLUCIÓN CON EL METODO CUALITATIVO (VDI 2230).

R0 DETERMINACIÓN DEL DIAMETRO NOMINAL

El diámetro nominal del tornillo es determinado a partir de la tabla A7.

1	2	3	4
Load in N	Nominal diameter in mm		
	Strength grade		
	12.9	10.9	8.8
250			
400			
630			
1000	3	3	3
1600	3	3	3
2500	3	3	4
4000	4	4	5
6300	4	5	6
10000	5	6	8
16000	6	8	10
25000	8	10	12
40000	10	12	14
63000	12	14	16
100000	16	18	20
160000	20	22	24
250000	24	27	30
400000	30	33	36
630000	36	39	

Tabla A7.

Elegimos la mayor fuerza axial de los tornillos de la placa que nos ha dado el programa Patrón. Para elegir esta fuerza axial nuestra unión atornillada estará sin pretensar, así que toda la carga externa se distribuirá en traccionar los tornillos y no en descomprimir las placas.

En este caso nuestra fuerza axial máxima es **299277 N**.

En nuestro caso la carga axial será estática y concéntrica al tornillo por lo que no tenemos que aumentar ningún STEPS para el cálculo de F_M min.

Nuestra F_M min será **400000 N**.

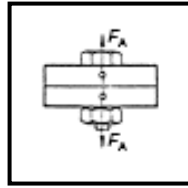


Figura.5.4.4. Caso de carga axial concéntrica.

En el caso de uniones pretensadas donde se usa una llave dinamométrica es necesario aumentar 1 STEPS para el cálculo de F_M max.

Nuestra F_M max será **630000 N**.

Para el cálculo del diámetro nominal seleccionamos la fila de **630000 N**. Nuestro tornillo tiene una calidad (12.9) por lo que nuestro diámetro nominal del tornillo será **36 mm**.

R1 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE APRIETE α_A

α_A Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos $\alpha_A=1$ porque en el FEM no tenemos en cuenta esto.

R2 DETERMINACIÓN DE LA MINIMA PRECARGA

La mínima precarga F_{Kerf} es determinada a partir de los siguientes requerimientos.

$$F_{Kerf} \geq \max (F_{KQ}; F_{KP} + F_{KA})$$

F_{KQ} Es la mínima fuerza para contrarrestar una fuerza de cortadura. $F_{KQ} = 0$

$$F_{KQ} = \frac{F_{Qmax}}{q_F \cdot \mu_{Tmin}}$$

F_{KP} Es la mínima fuerza para conseguir el sellado entre las placas. En nuestro caso no tenemos ningún fluido. $F_{KP} = 0$

$$F_{KP} = A_D \cdot p_{i,max}$$

F_{KA} Es la mínima fuerza que hay que aplicar al tornillo para impedir que las placas se separen. $F_{KA} = 0$



$$F_{KA} = F_{Kab} = F_{A \max} \frac{A_D \cdot (a \cdot u - s_{\text{sym}} \cdot u)}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D} + M_{B \max} \frac{u \cdot A_D}{I_{BT} + s_{\text{sym}} \cdot u \cdot A_D}$$

a es la distancia entre la carga y el eje del tornillo. Como nuestra carga es concéntrica al tornillo $a = 0$.

S_{sym} Es la distancia entre el eje del tornillo y el eje de la porción de placa correspondiente a ese tornillo. Como los tornillos están centrados con respecto a sus porciones $S_{\text{sym}} = 0$

$M_{B \max}$ es un momento flector externo al tornillo $M_{B \max} = 0$

R3 DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE REPARTO Φ

F_{SA} es la parte de F_A que se está llevando el tornillo. Tracción del tornillo.

F_{PA} es la parte de F_A que se están llevando las placas. Descompresión de las placas.

Φ es el coeficiente de reparto.

δ_S es la resiliencia elástica del tornillo.

δ_P es la resiliencia elástica de la placa.

Nuestro caso de carga es concéntrico y pretensado ($S_{\text{sym}} = 0$, $a = 0$).

$$\Phi_n = n \cdot \frac{\delta_P}{\delta_S + \delta_P}$$

Vamos a calcular la resiliencia elástica del tornillo δ_S .

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$

δ_{SK} es la resiliencia elástica de la cabeza hexagonal estándar.

$$\delta_{SK} = \frac{l_{SK}}{E_S \cdot A_N}, \quad \delta_{SK} = \frac{18mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 1017,87mm^2} = 8,42 \times 10^{-8} \frac{mm}{N}$$

Para uniones atornilladas $l_{SK} = 0,5 \cdot d$, $l_{SK} = 0,5 \cdot 36 = 18 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4}(36)^2 = 1017,87 \text{ mm}^2$

δ_{Gew} es la resiliencia elástica de la parte de rosca no ocupada.

$$\delta_{Gew} = \frac{l_{Gew}}{E_S \cdot A_{d3}}, \quad \delta_{Gew} = \frac{28mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 759,3mm^2} = 1,756 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

l_{Gew} es la longitud de rosca no ocupada. $l_{Gew} = 28 \text{ mm}$

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{mm^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 759,3 \text{ mm}^2$

δ_{GM} es la resiliencia elástica de la rosca en uso.

$$\delta_{GM} = \delta_G + \delta_M = 1,12 \times 10^{-7} \frac{mm}{N} + 6,74 \times 10^{-8} \frac{mm}{N} = 1,79 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$

δ_G es la resiliencia elástica de la rosca del tornillo que esta en contacto con la tuerca.

δ_M es la resiliencia elástica de la tuerca.

$$\delta_G = \frac{l_G}{E_s \cdot A_{d3}}, \quad \delta_G = \frac{18mm}{210000 \frac{N}{mm^2} \cdot 759,3mm^2} = 1,12 \times 10^{-7} \frac{mm}{N}$$



l_G es la longitud de la rosca utilizada por la tuerca. $l_G = 0,5 \cdot d = 0,5 \cdot 36 = 18 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_{d3} (Tabla A11.). $A_{d3} = 759,3 \text{ mm}^2$

$$\delta_M = \frac{l_M}{E_M \cdot A_N}, \delta_M = \frac{14,4 \text{ mm}}{210000 \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot 1017,87 \text{ mm}^2} = 6,74 \times 10^{-8} \frac{\text{mm}}{N}$$

l_M es la longitud de rosca de la tuerca. Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $l_M = 0,4 \cdot d = 0,4 \cdot 36 = 14,4 \text{ mm}$.

E_M es el módulo de elasticidad de la tuerca. $E_M = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4}(36)^2 = 1017,87 \text{ mm}^2$

δ_1 es la resiliencia elástica de la parte no roscada del vástago del tornillo.

$$\delta_1 = \frac{l_1}{E_S \cdot A_N}, \delta_1 = \frac{52 \text{ mm}}{210000 \frac{N}{\text{mm}^2} \cdot 1017,87 \text{ mm}^2} = 2,43 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N}$$

l_1 es la longitud de la parte del vástago del tornillo no roscado. $l_1 = 38 \text{ mm}$.

E_S es el módulo de elasticidad del tornillo. $E_S = 210000 \frac{N}{\text{mm}^2}$

A_N es el área nominal del tornillo. $A_N = \frac{\pi}{4}(36)^2 = 1017,87 \text{ mm}^2$

$$\delta_S = \delta_{SK} + \delta_1 + \delta_{Gew} + \delta_{GM}$$

$$\delta_S = 8,42 \times 10^{-8} \frac{\text{mm}}{N} + 2,43 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 1,756 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} + 1,79 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N} = 6,82 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{N}$$

Table A11. Nominal values for pitch, pitch diameter, stress cross section and cross section at minor diameter, and load $F_{0,2min}$ for shank bolts with metric standard and fine threads (pitch according to DIN 13-1 and -28; stress cross section and cross section at minor diameter according to DIN 13-28; minimum yield point according to DIN EN ISO 898-1)

Abmessung Size	Steigung Pitch	Flankendurch- messer Pitch diameter	Spannungs- querschnitt Stress cross section	Kern- querschnitt Cross section at minor diameter	Kraft an der Mindest-Streckgrenze Load at the minimum yield point $F_{0,2min} = R_{p0,2min} \cdot A_s$		
					Festigkeitsklasse/Strength grade		
	P	d_2	A_s	A_s	8.8	10.9	12.9
	mm	mm	mm ²	mm ²	N	N	N
Metrisches Regelgewinde/Metric standard thread							
M 4	0,7	3,545	8,78	7,749	5600	8900	9700
M 5	0,8	4,480	14,2	12,69	9100	13900	15600
M 6	1	5,350	20,1	17,89	12900	18900	22100
M 7	1	6,350	28,9	26,18	18500	27000	32000
M 8	1,25	7,188	36,6	32,84	23400	34500	40500
M 10	1,5	9,026	58,0	52,30	37000	55000	64000
M 12	1,75	10,863	84,3	76,25	54000	79000	93000
M 14	2	12,701	115	104,7	74000	108000	127000
M 16	2	14,701	157	144,1	100000	148000	173000
M 18	2,5	16,376	193	175,1	127000	181000	212000
M 20	2,5	18,376	245	225,2	162000	230000	270000
M 22	2,5	20,376	303	281,5	200000	285000	335000
M 24	3	22,051	353	324,3	233000	330000	390000
M 27	3	25,051	459	427,1	305000	430000	500000
M 30	3,5	27,727	561	519,0	370000	530000	620000
M 33	3,5	30,727	694	647,2	460000	650000	760000
M 36	4	33,402	817	759,3	540000	770000	900000
M 39	4	36,402	976	913,0	640000	920000	1 070 000
Metrisches Feingewinde/Metric fine thread							
M 8	1	7,350	39,2	36,03	25000	37000	43000
M 9	1	8,350	51,0	47,45	32500	48000	56000
M 10	1	9,350	64,5	60,45	41500	61000	71000
M 10	1,25	9,188	61,2	56,29	39000	58000	67000
M 12	1,25	11,188	92,1	86,03	59000	87000	101000
M 12	1,5	11,026	88,1	81,07	56000	83000	97000
M 14	1,5	13,026	125	116,1	80000	118000	138000
M 16	1,5	15,026	167	157,5	107000	157000	184000
M 18	1,5	17,026	216	205,1	143000	208000	238000
M 18	2	16,701	204	189,8	135000	192000	224000
M 20	1,5	19,026	272	259,0	180000	255000	300000
M 22	1,5	21,026	333	319,2	220000	315000	365000
M 24	1,5	23,026	401	385,7	265000	375000	440000
M 24	2	22,701	384	364,6	255000	360000	420000
M 27	1,5	26,026	514	497,2	340000	485000	570000
M 27	2	25,701	496	473,2	325000	465000	550000
M 30	1,5	29,026	642	622,8	425000	600000	710000
M 30	2	28,701	621	596,0	410000	580000	680000
M 33	1,5	32,026	784	762,6	520000	740000	860000
M 33	2	31,701	761	732,8	500000	720000	840000
M 36	2	34,701	915	883,8	580000	830000	970000
M 36	3	34,051	865	820,4	570000	810000	950000
M 39	2	37,701	1082	1049,0	714000	1 010 000	1 180 000
M 39	3	37,051	1028	979,7	680000	970000	1 130 000



Vamos a calcular la resiliencia elástica de la placa δ_p .

En primer lugar vamos a calcular el diámetro mayor del cono de compresión. $D_{A,Gr}$

$$D_{A,Gr} = d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi$$

Para uniones atornilladas con tornillo y tuerca. $w = 1$.

d_w es el diámetro medio de la cabeza del tornillo. $d_w = 51,1\text{mm}$.

l_K es la suma de espesores. $e_1 + e_2 = 40 + 40 = 80\text{ mm}$.

$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(\beta_L/2) + 0.153 \cdot \ln y$ [caso DSV]

$\tan \varphi$ es la tangente del ángulo que forma el cono de compresión.

$$\beta_L = \frac{l_K}{d_{w,m}} = \frac{80\text{mm}}{51,1\text{mm}} = 1,56. \text{ (es una relación entre longitudes)}$$

D_A diámetro en la interfase entre placas de la porción de placa correspondiente a cada tornillo.

En nuestra placa $D_A = D'_A$ ya que no tenemos chaflán.

$$y = \frac{D'_A}{d_w} = \frac{131,25\text{mm}}{51,1\text{mm}} = 2,57 \text{ (es una relación entre diámetros).}$$

$$\tan \varphi = 0.362 + 0.032 \cdot \ln(1,56/2) + 0.153 \cdot \ln 2,57 = 0,4985.$$

$$D_{A,Gr} = 51,1\text{mm} + 1 \cdot 80\text{mm} \cdot 0,4985 = 90,98\text{mm}.$$

Si $D_A > D_{A,Gr}$ elegimos el primer caso..

$$D_A > D_{A,Gr} = 131,25 > 90,98.$$

$$\delta_p = \delta_p^z = \frac{2 \ln \left[\frac{(d_w + d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi - d_h)}{(d_w - d_h) \cdot (d_w + w \cdot l_K \cdot \tan \varphi + d_h)} \right]}{w \cdot E_p \cdot \pi \cdot d_h \cdot \tan \varphi}$$

$$\delta_p = \frac{2 \ln \left[\frac{(51,1 + 39)(51,1 + 1.80 \cdot 0,5 - 39)}{(51,1 - 39)(51,1 + 1.80 \cdot 0,5 + 39)} \right]}{1.210000 \cdot \pi \cdot 39 \cdot 0,5} = 1,7 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}$$

Vamos a calcular el factor de la introducción de carga n.

El caso que estudiamos se asemeja a SV1. Con $\frac{a_K}{h} = 0$, con $\frac{I_A}{h} = 0$ elegimos el valor de n en la tabla 5.2/1. Elegimos el valor de n = 0,7. Dado que el caso que se estudia la introducción de carga se da justo debajo de la cabeza del tornillo y tuerca, se supone el caso extremo n = 1.

a_K es la distancia entre el borde de la zona de precarga y el punto de introducción de carga. En nuestro caso a_K tiende a 0.

H es la suma de espesores. 20mm.

$I_A = 0$. En el caso de carga concéntrica.

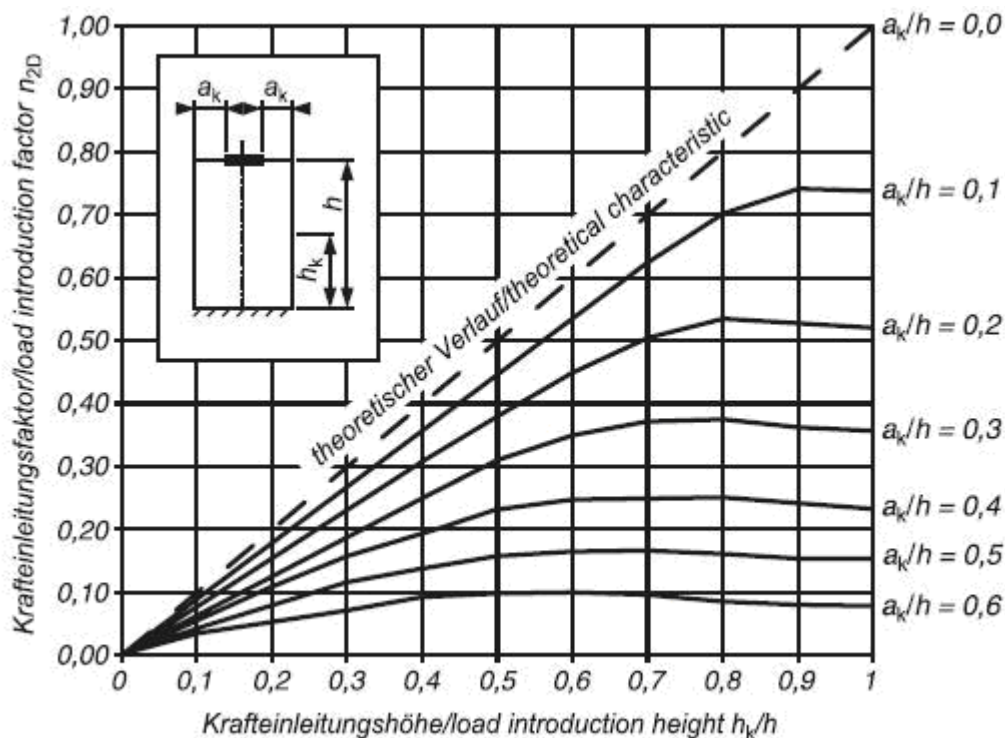


Figura.5.4.5. Factor de introducción de carga.

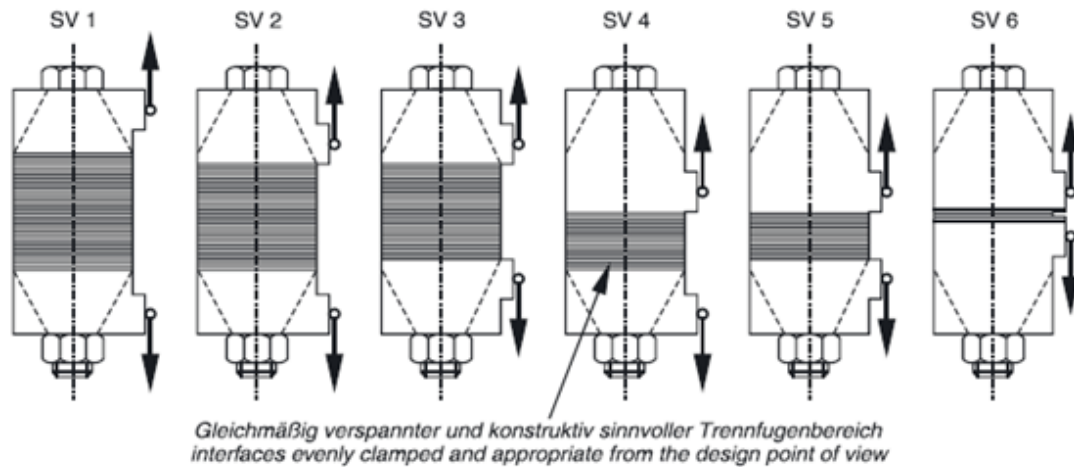


Figura.5.4.6. Tipo de introducción de carga.

Nuestro factor de carga será.

$$\phi_n = n \cdot \frac{\delta_p}{\delta_s + \delta_p} = 1 \cdot \frac{1,7 \times 10^{-7}}{6,82 \times 10^{-7} + 1,7 \times 10^{-7}} = 0,199.$$

R4 DETERMINACIÓN DE LAS PÉRDIDAS DE PRECARGA DEBIDO A LA INCRUSTACIÓN

Existen pérdidas de precarga debido a diferentes causas.

- Apriete de los tornillos en el área circundante.
- Incrustación de las superficies de contacto.
- Pequeño aflojado por la propia rotación de la tuerca sobre los filetes.
- Relajación de los materiales.
- Cambios de temperatura.
- Sobrecarga en la unión.

$$F_z = \frac{f_z}{\delta_s + \delta_p} = \frac{11 \times 10^{-3} \text{ mm}}{6,82 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}} + 1,7 \times 10^{-7} \frac{\text{mm}}{\text{N}}} = 12910,79 \text{ N}$$

f_z Es la suma de pérdidas de precarga que hay en la rosca, entre interfases de placas, en la cabeza y tuerca del tornillo. Estos valores se ven en la tabla 5.4/1. Depende de la rugosidad y del tipo de carga. Nuestra rugosidad esta entre 10-40 micras y nuestro tipo de carga tensión /compresión.

Table 5.4/1. Guide values for amounts of embedding of bolts, nuts and compact clamped parts made of steel				
Average roughness height R_z according to DIN 4768	Loading	Guide values for amounts of embedding in μm		
		in the thread	per head or nut bearing area	per inner interface
< 10 μm	tension/compression	3	2,5	1,5
	shear	3	3	2
10 μm up to < 40 μm	tension/compression	3	3	2
	shear	3	4,5	2,5
40 μm up to < 160 μm	tension/compression	3	4	3
	shear	3	6,5	3,5

$$f_z = 3 + (3 + 3) + 2 = 11 \text{ micras.}$$

R5 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA MÍNIMA DE PRECARGA

Fuerza mínima necesaria para absorber la descompresión de las placas, perdida de precarga debido a la incrustación.

$$F_{M\min} = F_{Kerf} + (1 - \Phi_{en}^*) F_{A\max} + F_Z + \Delta F'_{Vth}$$

$$F_{M\min} = 0 + (1 - 0,199) \cdot 299276,84 + 12910,79 = 252631,53N$$

R6 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE PRECARGA MAXIMA

$$F_{M\max} = \alpha_A \cdot F_{M\min} = 252631,53N$$

$\alpha_A = 1$ (Depende del montaje, del utensilio y metodología que se usa para conseguir el apriete. Ponemos 1 porque en el FEM no tenemos en cuenta esto).

R7 DETERMINACIÓN DE LA FUERZA DE MONTAJE

El coeficiente de fricción para la cabeza y rosca del tornillo es 0,08.

Vamos a la tabla A1, según la métrica, dureza del tornillo y coeficiente de fricción elegimos la fuerza de montaje.



Tabelle A1. Montagewerkspannkraft F_{MTB} und Anziehdrehmomente M_A bei $\nu = 0,9$ für Schachtschrauben mit metrischem Regalgewinde nach DIN ISO 262; Kopfabmessungen von Sechskantschrauben nach DIN EN ISO 4014 bis 4018, Schrauben mit Außensechskant nach DIN 34 800 bzw. Zylinderschrauben nach DIN EN ISO 4762 und Bohrung „mittel“ nach DIN EN 20 273

Table A1. Assembly preload F_{MTB} and tightening torque M_A with $\nu = 0,9$ for shank bolts with metric standard thread according to DIN ISO 262; head dimensions of hexagonal bolts according to DIN EN ISO 4014 to 4018, hexalobular external driving head bolts according to DIN 34 800 or cylindrical bolts according to DIN EN ISO 4762 and hole "medium" according to DIN EN 20 273

Abm. Size	Fest-Klasse Strength Grade	Montagewerkspannkraft/Assembly preload F_{MTB} in kN für $\mu_G =$							Anziehdrehmomente/Tightening torque M_A in Nm für $\mu_K = \mu_G =$						
		0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,20	0,24
M 4	8.8	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	3,9	3,7	2,3	2,6	3,0	3,3	3,6	4,1	4,5
	10.9	6,8	6,7	6,5	6,3	6,1	5,7	5,4	3,3	3,9	4,6	4,8	5,3	6,0	6,6
	12.9	8,0	7,8	7,6	7,4	7,1	6,7	6,3	3,9	4,5	5,1	5,6	6,2	7,0	7,8
M 5	8.8	7,6	7,4	7,2	7,0	6,8	6,4	6,0	4,4	5,2	5,9	6,5	7,1	8,1	9,0
	10.9	11,1	10,8	10,6	10,3	10,0	9,4	8,8	6,5	7,6	8,6	9,5	10,4	11,9	13,2
	12.9	13,0	12,7	12,4	12,0	11,7	11,0	10,3	7,6	8,9	10,0	11,2	12,2	14,0	15,5
M 6	8.8	10,7	10,4	10,2	9,9	9,6	9,0	8,4	7,7	9,0	10,1	11,3	12,3	14,1	15,6
	10.9	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,2	12,4	11,3	13,2	14,9	16,5	18,0	20,7	22,9
	12.9	18,4	17,9	17,5	17,0	16,5	15,5	14,5	13,2	15,4	17,4	19,3	21,1	24,2	26,8
M 7	8.8	15,5	15,1	14,8	14,4	14,0	13,1	12,3	12,6	14,8	16,8	18,7	20,5	23,6	26,2
	10.9	22,7	22,5	21,7	21,1	20,5	19,3	18,1	18,5	21,7	24,7	27,5	30,1	34,7	38,5
	12.9	26,6	26,0	25,4	24,7	24,0	22,6	21,2	21,6	25,4	28,9	32,2	35,2	40,6	45,1
M 8	8.8	19,5	19,1	18,6	18,1	17,6	16,5	15,5	18,5	21,6	24,6	27,3	29,8	34,3	38,0
	10.9	28,7	28,0	27,3	26,6	25,8	24,3	22,7	27,2	31,8	36,1	40,1	43,8	50,3	55,8
	12.9	33,6	32,8	32,0	31,1	30,2	28,4	26,6	31,8	37,2	42,2	46,9	51,2	58,9	65,3
M 10	8.8	31,0	30,3	29,6	28,8	27,9	26,3	24,7	36	43	48	54	59	68	75
	10.9	45,6	44,5	43,4	42,2	41,0	38,6	36,2	53	63	71	79	87	100	110
	12.9	53,3	52,1	50,8	49,4	48,0	45,2	42,4	62	73	83	93	101	116	129
M 12	8.8	45,2	44,1	43,0	41,9	40,7	38,3	35,9	63	73	84	93	102	117	130
	10.9	66,3	64,8	63,2	61,5	59,8	56,3	52,8	92	108	123	137	149	172	191
	12.9	77,6	75,9	74,0	72,0	70,0	65,8	61,8	108	126	144	160	175	201	223
M 14	8.8	62,0	60,6	59,1	57,5	55,9	52,6	49,3	100	117	133	148	162	187	207
	10.9	91,0	88,9	86,7	84,4	82,1	77,2	72,5	146	172	195	218	238	274	304
	12.9	106,5	104,1	101,5	98,8	96,0	90,4	84,8	171	201	229	255	279	321	356
M 16	8.8	84,7	82,9	80,9	78,8	76,6	72,2	67,8	153	180	206	230	252	291	325
	10.9	124,4	121,7	118,8	115,7	112,6	106,1	99,6	224	264	302	338	370	428	477
	12.9	145,5	142,4	139,0	135,4	131,7	124,1	116,6	262	309	354	395	433	501	558
M 18	8.8	107	104	102	99	96	91	85	220	259	295	329	360	415	462
	10.9	152	149	145	141	137	129	121	314	369	421	469	513	592	657
	12.9	178	174	170	165	160	151	142	367	432	492	549	601	692	769
M 20	8.8	136	134	130	127	123	116	109	308	363	415	464	509	588	655
	10.9	194	190	186	181	176	166	156	438	517	592	661	725	838	933
	12.9	227	223	217	212	206	194	182	513	605	692	773	848	980	1092
M 22	8.8	170	166	162	158	154	145	137	417	495	567	634	697	808	901
	10.9	242	237	231	225	219	207	194	595	704	807	904	998	1151	1284
	12.9	283	277	271	264	257	242	228	696	824	945	1057	1162	1347	1502
M 24	8.8	196	192	188	183	178	168	157	529	625	714	798	875	1011	1126
	10.9	280	274	267	260	253	239	224	754	890	1017	1136	1246	1440	1604
	12.9	327	320	313	305	298	279	262	882	1041	1190	1329	1458	1685	1877
M 27	8.8	267	259	248	240	234	220	207	772	915	1050	1176	1292	1498	1672
	10.9	367	359	351	342	333	314	295	1100	1304	1496	1674	1840	2134	2381
	12.9	429	420	410	400	389	367	345	1287	1526	1750	1959	2153	2497	2787
M 30	8.8	313	307	300	292	284	268	252	1053	1246	1428	1597	1754	2031	2265
	10.9	446	437	427	416	405	382	359	1500	1775	2033	2274	2498	2893	3226
	12.9	522	511	499	487	474	447	420	1755	2077	2380	2662	2923	3386	3775
M 33	8.8	389	381	373	363	354	334	314	1415	1679	1928	2161	2377	2759	3081
	10.9	554	543	531	517	504	475	447	2015	2392	2747	3078	3385	3930	4388
	12.9	649	635	621	605	589	556	523	2358	2799	3214	3601	3961	4598	5135
M 36	8.8	458	448	438	427	415	392	368	1825	2164	2482	2778	3054	3541	3951
	10.9	652	638	623	608	591	558	524	2600	3082	3535	3957	4349	5043	5627
	12.9	763	747	729	711	692	653	614	3042	3607	4136	4631	5080	5902	6585
M 39	8.8	548	537	525	512	498	470	443	2348	2791	3208	3597	3958	4598	5137
	10.9	781	765	748	729	710	670	630	3345	3975	4569	5123	5637	6549	7317
	12.9	914	895	875	853	831	784	738	3914	4652	5346	5994	6596	7664	8562



Para una métrica 36, calidad del tornillo 12.9 y rugosidad 0,08 nos da una fuerza de montaje $F_{MTab} = 763 \text{ KN}$.

Esta fuerza de montaje nos da para una tensión de pretensión del 0,9 del límite elástico. Como nuestro conjunto esta pretensado al 0,8 del límite elástico, esta fuerza de montaje la multiplicaremos por el ratio.

$$F_{MTab} = 763 \text{ KN} \cdot \frac{0,8}{0,9} = 678,22 \text{ KN}$$

$$F_{Mzul} = F_{MTab}$$

Debe cumplir que $F_{Mzul} > F_{M \max} = 678222 > 255646,34$ “cumple”

R7.1 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DEL TORNILLO DEBIDA A LA PRECARGA

Si se calcula el programa FEM al 80% del límite elástico nos da una tensión de pretensión de 864 MPa.

La tabla de la norma da un valor menor de tensión ya que tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y la tuerca.

Para poner comparar los resultados del FEM con los de la VDI es necesario conseguir la misma fuerza de pretensión en ambos casos.

$$F_{Mzul} = F_{MFEM}$$

$$\sigma_{zFEM} = \frac{F_{MFEM}}{A_N} = \frac{678222 \text{ N}}{817 \text{ mm}^2} = 830 \text{ MPa.}$$

σ_{zFEM} Es la tensión de pretensión real del tornillo. La tensión a la que debemos pretensar el FEM para poder comparar los resultados.

A_N (Área nominal del tornillo en el FEM). $A_N = A_S = 817 \text{ mm}^2$ (área resistente del tornillo).

R8 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE TRABAJO

$$F_{S \max} = F_{Mzul} + \Phi \cdot F_{A \max} - \Delta F \cdot V_{th} = 678222 \text{ N} + 0.199 \cdot (299276,84) = 737778,09 \text{ N}$$

$F_{S \max}$ es la fuerza máxima del tornillo.

Φ es el coeficiente de reparto.

$\Delta F \cdot V_{th} = 0$ (Incremento de temperatura).



La tensión axial máxima del tornillo será:

$$\sigma_{Z \max} = \frac{F_{S \max}}{A_0} = \frac{737778,09 N}{817 mm^2} = 903,03 \text{ MPa.}$$

$$A_0 = A_s \text{ (área resistente del tornillo)}$$

$$A_s = 817 \text{ mm}^2$$

La tensión máxima de cortadura será:

$$\tau_{\max} = \frac{M_G}{W_p} = \frac{435400,31 N}{1870,84 mm^3} = 232,72 \text{ MPa}$$

$$\begin{aligned} \text{Donde } M_G &= F_{Mzul} \cdot \frac{d_2}{2} \left(\frac{P}{\pi \cdot d_2} + 1,155 \cdot \mu_{G \min} \right) \\ &= 291000 \cdot \frac{22,051}{2} \left(\frac{3}{\pi \cdot 22,051} + 1,155 \cdot 0,08 \right) = 435400,31 \text{ N.mm} \end{aligned}$$

$\mu_{G \min}$ es el coeficiente de fricción en la rosca del tornillo. $\mu_{G \min} = 0,08$

d_2 Diámetro de la rosca del tornillo. Tabla A11. $d_2 = 22,051$

P es el paso de la rosca del tornillo P = 3.

$$W_p = \frac{\pi}{16} d_0^3 = \frac{\pi}{16} (21,20)^3 = 1870,84 \text{ mm}^3$$

Donde $d_0 = d_s$ (diámetro resistente del tornillo). Tabla A11. $d_s = 21,20 \text{ mm}$

La tensión total del tornillo será:

$$\begin{aligned} \sigma_{red,B} &= \sqrt{\sigma_{Z \max}^2 + 3(k_t \cdot \tau_{\max})^2} = \sqrt{(903,03)^2 + 3(0,5 \cdot 232,72)^2} = 925,24 \text{ MPa} \\ k_t &= 0,5 \end{aligned}$$

$$\sigma_{red,B} < f_y \text{ (Límite elástico)} \quad 925,24 < 1080 \text{ MPa "cumple"}$$

R9 DETERMINACIÓN DE LA TENSIÓN DE FATIGA

En nuestros modelos de FEM no hemos aplicado ningún esfuerzo de fatiga.



R10 DETERMINACIÓN DE LA PRESIÓN MÁXIMA DE LA PLACA

Estado de pretensión.

$$P_{M \max} = \frac{F_{Mzul}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{678222}{1548,65} = 437,94 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa} \quad \text{“cumple”}$$

$A_{P \min}$ Área efectiva de la arandela.

$$A_{P \min} = \frac{\pi}{4}(d_{wa})^2 - \frac{\pi}{4}(39)^2 = \frac{\pi}{4}(59,1)^2 - \frac{\pi}{4}(39)^2 = 1548,65 \text{ mm}^2$$

$$d_{wa} = d_w + 1,6 \cdot h_s; \quad d_{wa} = 51,1 + 1,6 \cdot 5 = 59,1 \text{ mm.}$$

P_G Tabla A.9. Para un acero estructural plano $P_G = 710 \text{ MPa}$.

Tensión de rotura por compresión según DIN 50.150.

Aproximadamente $\sigma_{RC} = 2 \cdot \sigma_e$

h_s Es el espesor de la arandela. $h_s = 5 \text{ mm}$.

Estado de trabajo.

$$P_{B \max} = \frac{F_{V \max} + F_{SA \max}}{A_{P \min}} \leq P_G = \frac{665311,21 + 59556,09}{1548,65} = 468,1 \text{ MPa} \leq 710 \text{ MPa}$$

“cumple”

$F_{V \max}$ Es la fuerza del tornillo debido a la pretensión.

$$F_{V \max} = F_{Mzul} - F_Z = 678222 - 12910,79 = 665311,21 \text{ N}$$

F_{Mzul} Es la fuerza de montaje.

F_Z Es la pérdida de precarga debido a la incrustación.

$F_{SA \max}$ Fuerza del tornillo debido a la fuerza externa. $F_{SA \max} = 0,199 \cdot 299276,84 = 59556,09 \text{ N}$

R11 DETERMINACIÓN DE LA LONGITUD MÍNIMA DE ROSCADO

Esta longitud es para el caso de uniones con tornillo y placa roscada. Para uniones con tornillo pasante y tuerca la norma dice que la longitud mínima de la tuerca cumple esta longitud mínima.



R12 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE SEGURIDAD PARA EVITAR EL ROZAMIENTO ENTRE PLACAS

Al ser $F_{Kerf} = 0$, no hace falta calcular este factor de seguridad.

R13 DETERMINACIÓN DEL PAR DE APRIETE

El par de apriete se puede determinar de la tabla A1 para una métrica y dureza del tornillo.

Para una métrica 36 y dureza 12.9 nuestro par de apriete es 3042 N.m

5.4.3 RESOLUCION CON EL METODO FEM

1. Descripción del modelo FEM.

Para crear las placas de la unión se modelizan dos chapas mediante elementos sólidos de 8 nudos (CHEXA – formato NASTRAN).

Los tornillos se modelizan con elementos barra (CBEAM – formato NASTRAN).

El contacto entre chapas se modeliza mediante de elementos GAP nudo a nudo (CGAP – formato NASTRAN).

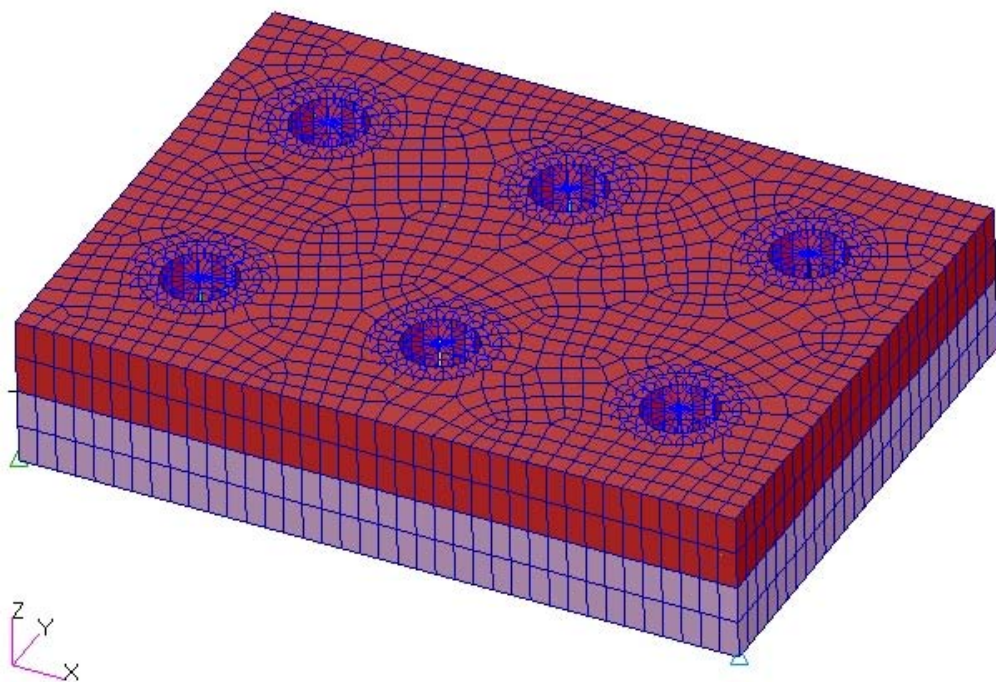


Figura.5.4. Unión atornillada modelizada.

El material utilizado es acero lineal con las siguientes características mecánicas;

Módulo de Elasticidad: 210000MPa

Poisson: 0.3

Coefficiente de dilatación térmica: $1.2e-5T^{-1}$

Para conseguir el apriete entre las chapas, y considerando que NASTRAN no tiene una utilidad de aplicación directa, se provoca un enfriamiento de los tornillos tal que la pretensión alcanzada en cada uno de ellos sea coincidente con el valor indicado en la norma VDI2230.

La aplicación de las cargas se realiza mediante ecuaciones de acoplamiento del tipo RBE3. Esta ecuación no añade rigidez al modelo. Únicamente transmite las fuerzas y momentos aplicados en el nudo maestro a un sistema de fuerzas equivalentes en cada uno de los tornillos.

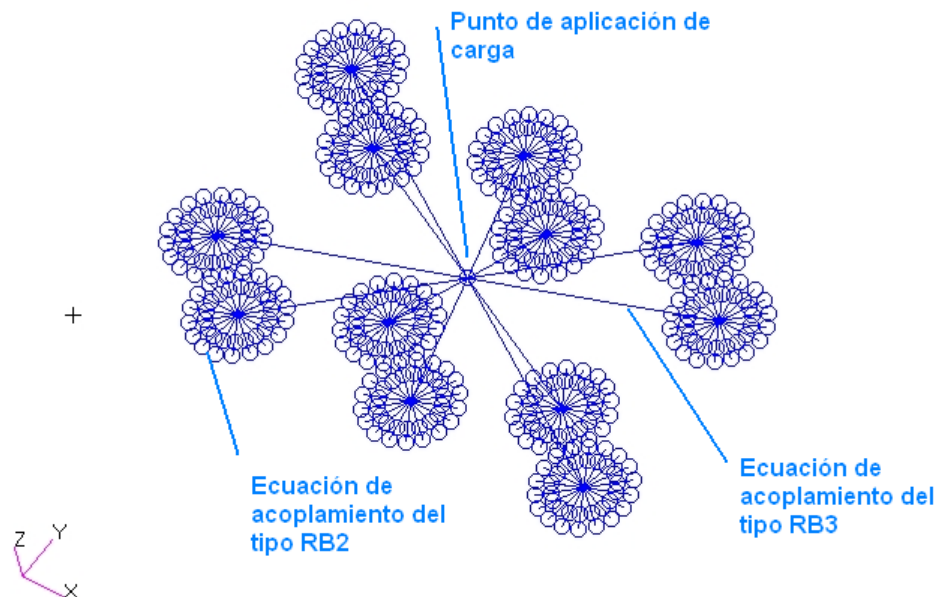


Figura.5.4.8. Ecuación de distribución de carga.

No se modelizan las arandelas. Sin embargo, para evitar efectos locales que puedan distorsionar los cálculos, se definen unas ecuaciones de acoplamiento rígidas (RBE2 – formato NASTRAN) aplicadas entre el diámetro medio de la cabeza del tornillo y el diámetro del agujero.

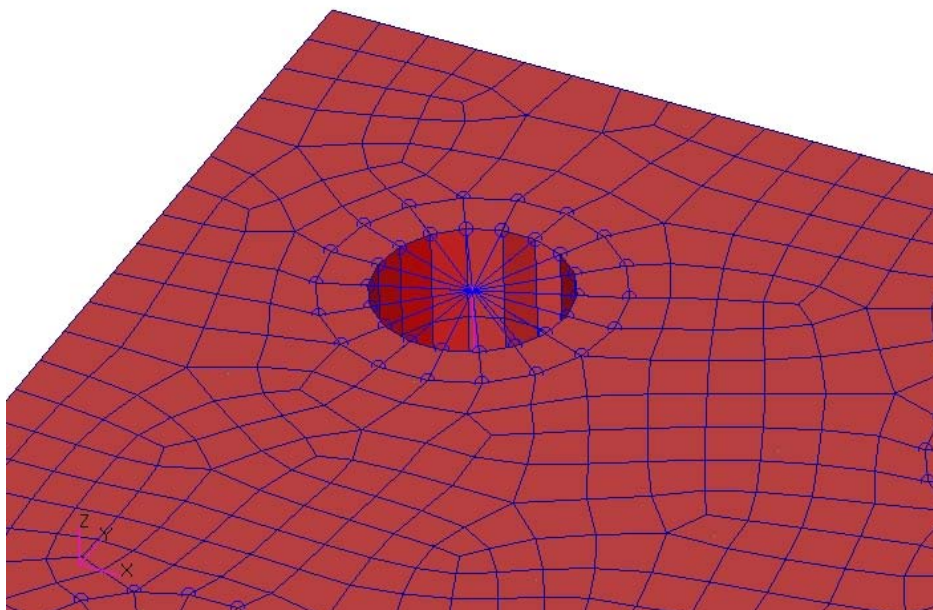


Figura.5.4.9. Ecuación de acoplamiento del tipo RB2.

Cálculo lineal. Es necesario que el modelo cumpla las siguientes condiciones:

1. Pequeños desplazamientos y pequeñas deformaciones.
2. Material con propiedades mecánicas constantes (módulo de elasticidad y módulo de Poisson constantes).
3. No hay contactos.

Cálculo no lineal: En cuanto una de las condiciones anteriores falla, el cálculo pasa a ser no lineal.

En nuestro caso hemos trabajado dentro del régimen no lineal.

2. Resultados FEM.

Tabla con las fuerzas que llegan a cada “sector” de la unión.

	Fuerza axial (N)
Sección 1	2230,91
Sección 2	-115189,64
Sección 3	-232610,18
Sección 4	299276,84
Sección 5	181856,29
Sección 6	64435,75

Esta carga se reparte entre variación de carga en el tornillo y variación del cono de compresión en las chapas.

Se puede apreciar como la sección a la que le llega mayor fuerza axial es la sección 4. Este será el tornillo a analizar ya que es el más desfavorable.

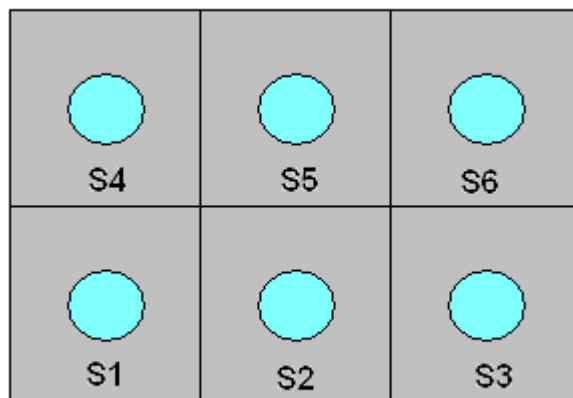
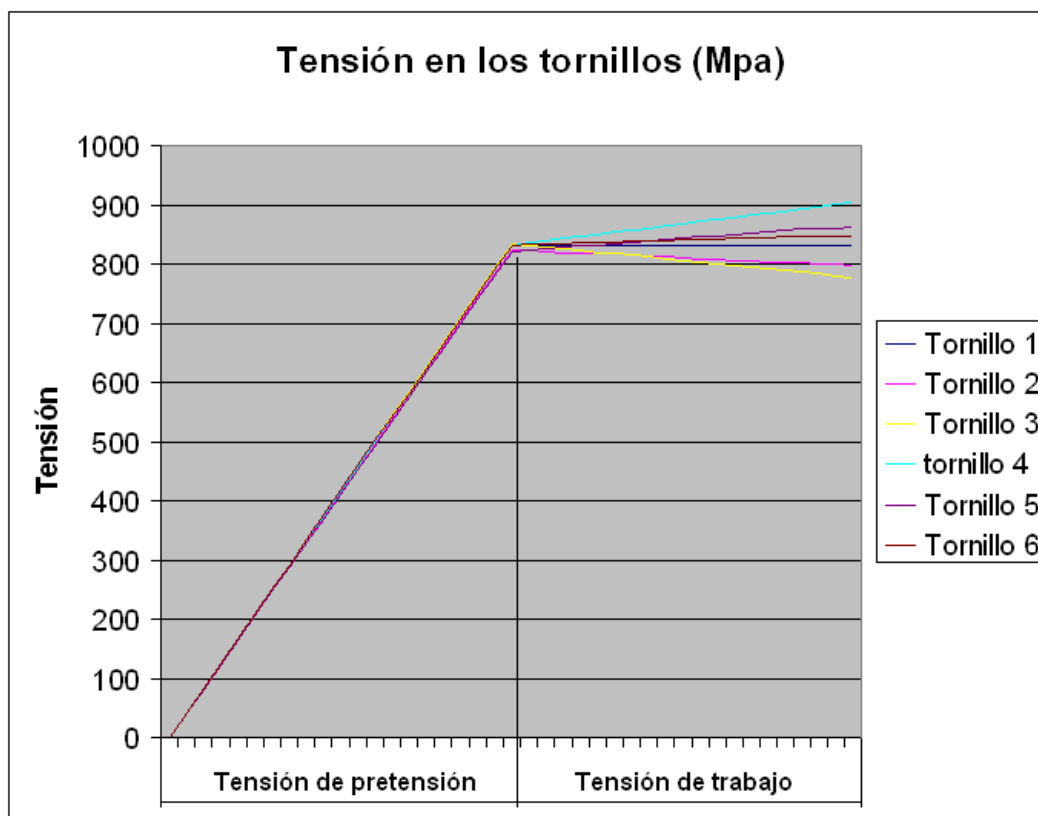


Figura.5.4.10. Secciones de la placa.

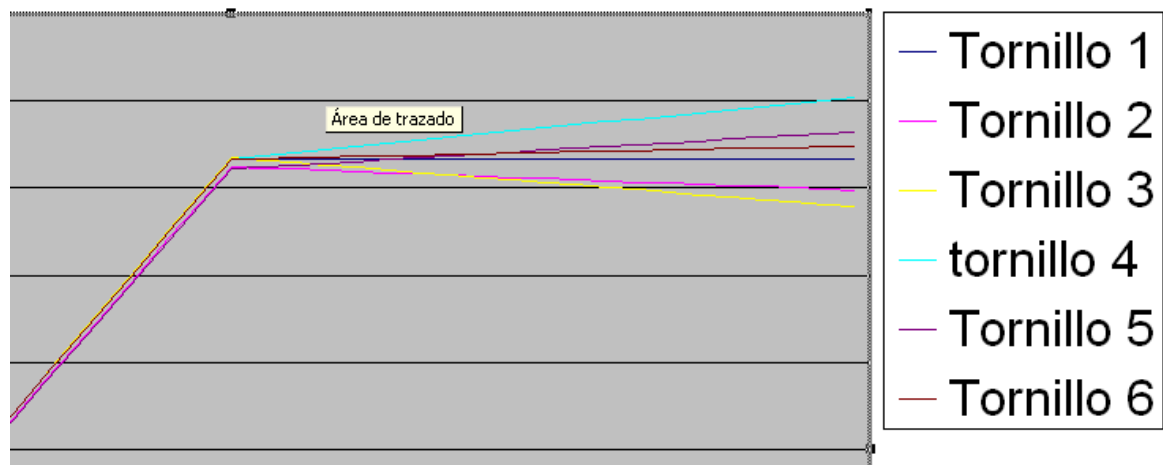
Tabla con las tensiones que llegan a cada tornillo.

TORNILLOS	Tensión de pretensión (Mpa)	Tensión de trabajo (Mpa)
1	830	831
2	830	803
3	830	773
4	830	902
5	830	873
6	830	845

Gráfica con las tensiones que llegan a cada tornillo.



En esta grafica se puede apreciar que todos los tornillos se pretensionan a la misma tensión (830 MPa).



Se puede apreciar que el tornillo 4 es el que mayor tensión se lleva tras aplicar el caso de carga combinado por lo que habrá que dimensionar la placa para esta sección ya que es la más desfavorable.

Postproceso de tensiones en la placa.

Para la pretensión:

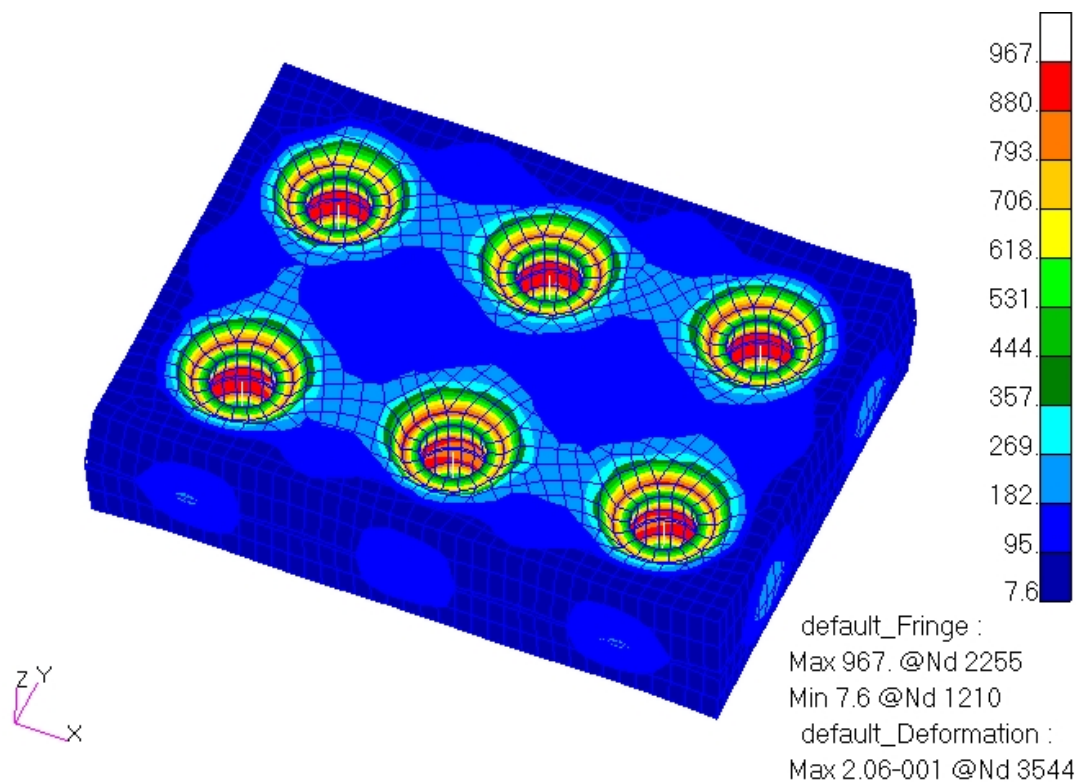


Figura.5.4.11. Tensión de pretensión

Referente al nivel de tensiones alcanzado en la placa, es necesario realizar las siguientes reflexiones:

7. En zonas afectadas por el cono de compresión del tornillo, la tensión elástica alcanzada en la placa, supera el límite elástico del material. Este efecto está localizado en las aristas de los agujeros cilíndricos mecanizados. En la pieza real, se definen unos chaflanes que minimizan este problema. En cualquier caso, pudiera producirse una plastificación mínima del acero en estas zonas que no acarrea ninguna consecuencia estructural.
8. En el resto de la placa, las tensiones alcanzadas son mínimas, siempre muy por debajo del límite elástico del material ($\approx 300\text{MPa}$).

Para la aplicación de carga

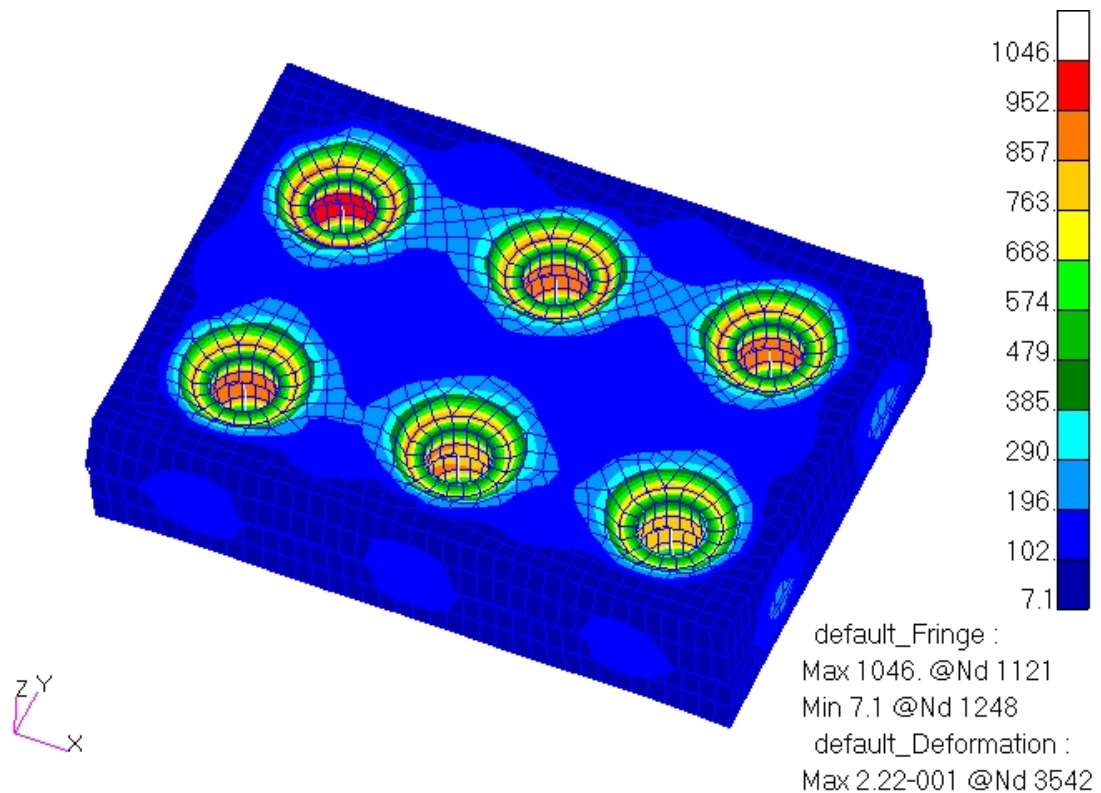


Figura.5.4.12. Tensión de trabajo.

Postproceso de deformaciones de la placa

Para la pretensión:

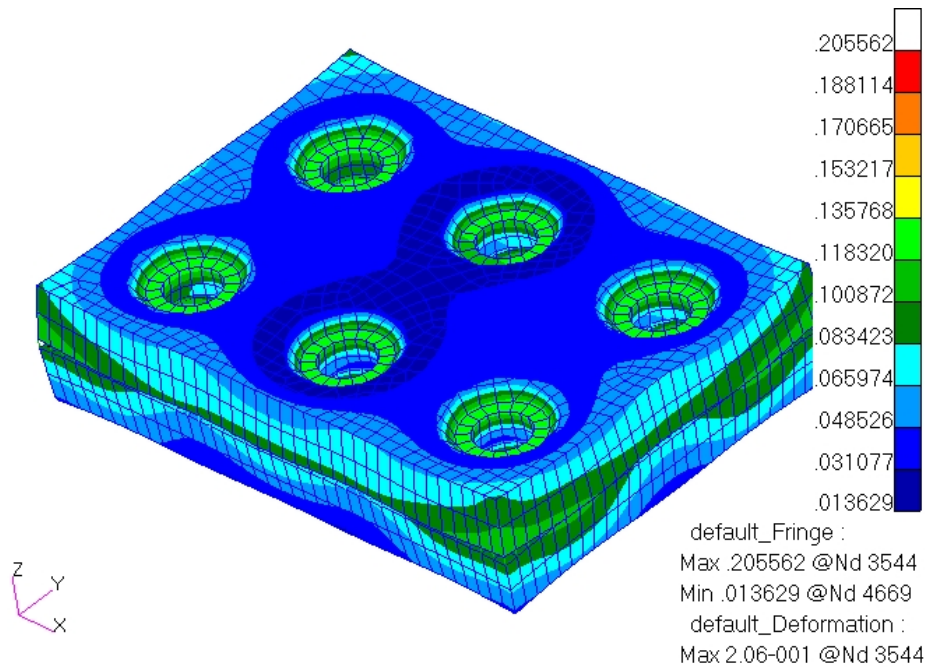


Figura.5.4.13. Deformación para la pretensión.

Para la aplicación de carga

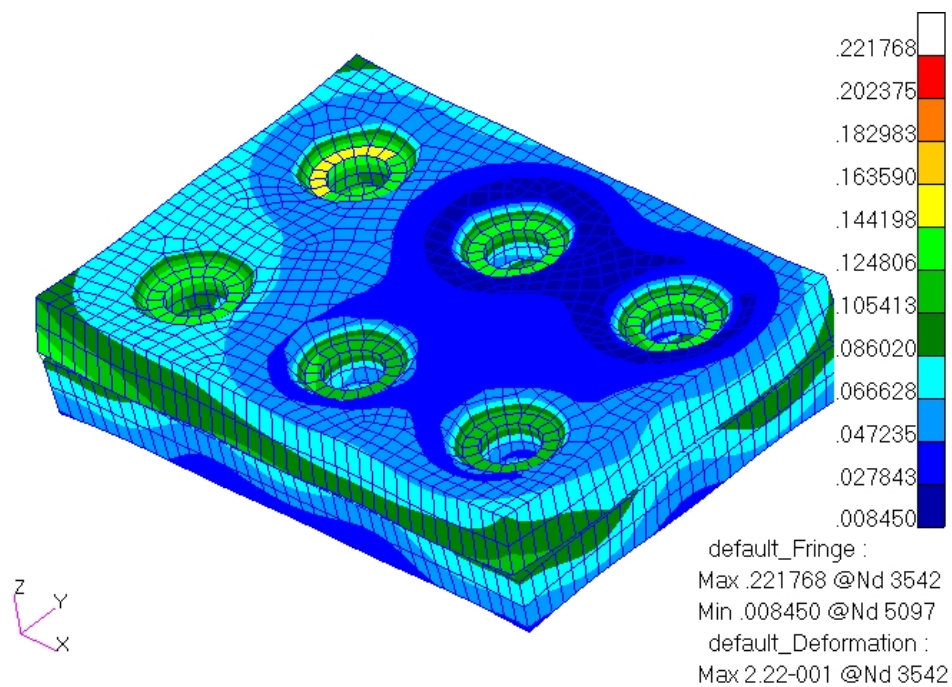


Figura.5.4.14. Deformación para la aplicación de carga.



5.4.4 CORRELACIÓN

Para poder comparar los resultados obtenidos en nuestro programa (FEM) con los resultados obtenidos en la VDI es necesario pretensionar lo mismo que en la norma.

Teóricamente la tensión de pretensión es un 80 % del límite elástico. En nuestro caso para un tornillo de calidad 12.9 nos da una tensión de pretensión de 864 MPa.

En la norma (VDI 2230) se tiene en cuenta el efecto de rozamiento en las roscas, en la cabeza del tornillo y en la tuerca por lo que la tensión de pretensión será un poco menor que la teórica. La tensión de pretensión será 830 MPa.

Vamos a analizar el tornillo que soporta mayor fuerza axial. En este ejemplo al tener un momento positivo en el eje Y, un momento positivo en el eje X y una fuerza axial el tornillo que soporta mayor tensión es el tornillo 4.

Solo vamos a comparar la tensión axial ya que los tornillos son TAR (Tornillos de alta resistencia). Dichos tornillos solo trabajan a tracción.

La norma VDI 2230 nos da una tensión axial $\sigma_{Z \max} = 903 \text{ MPa}$.

Nuestro programa (FEM) nos da una tensión axial $\sigma_{Z \max} = 902 \text{ MPa}$.

Ambos resultados están dentro del régimen elástico f_y (Límite elástico) = 1080 MPa.

Si calculamos el error entre ambos resultados partiendo del mismo valor de pretensión nos da un error del 1,41 %.



6. ANEXO. LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN PCL.

6.1 UTILIZACIÓN DEL MODELO PARAMÉTRICO

En este apartado se va a explicar cómo se utiliza el modelo paramétrico FEM para el dimensionado de la unión deseada. En este caso se va a dimensionar una unión con una distribución de tornillos matricial (3x2) con una carga combinada.

Se asignan valores numéricos a las variables de entrada del modelo paramétrico. Con estas variables se puede definir nuestra unión atornillada.

1. Dimensiones de la placa (mm).

$$\mathbf{a} = 378.0$$

$$\mathbf{b} = 273.0$$

2. Numero de tornillos (filas y columnas).

$$\mathbf{d} = 3$$

$$\mathbf{e} = 2$$

$$\mathbf{N_tornillos} = \mathbf{d} \cdot \mathbf{e}$$

3. Espesores de las placas (mm).

$$\mathbf{espesor_placa1} = 40.0$$

$$\mathbf{espesor_placa2} = 40.0$$

4. Radio resistente del tornillo (mm).

$$\mathbf{radio_tornillo} = 16.13$$

5. Radio del agujero (mm).

$$\mathbf{radio_agujero} = 19.5$$

6. Tamaño de la malla (mm).

$$\mathbf{SizeMalla} = 10.0$$

7. Radio medio de la cabeza del tornillo.

$$\mathbf{R_arandela} = 25.55$$



Es necesario definir el material utilizado. Las características del material son:

Módulo de Elasticidad: 210000 MPa

Poisson: 0.3

Coefficiente de dilatación térmica: 1.2e-5T-1

Para conseguir la tensión de pretensión en los tornillos, se aplica un enfriamiento a todos los nodos de los tornillos. Esta pretensión es coincidente con los valores propuestos en la normativa VDI 2230.

Los tornillos utilizados en esta unión son de calidad (12.9). La tensión de pretensión teórica es un 80 % del límite elástico. Tensión de pretensión es 864 MPa.

La tensión de pretensión propuesta por la norma VDI 2230 es **830MPa**.

$$\sigma_{Pret} = \alpha \cdot E \cdot \Delta T = \Delta T = \frac{\sigma_{pret}}{\alpha \cdot E} = \frac{830Mpa}{1,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}C} \cdot 210000Mpa} = 329.36^{\circ}C$$

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| • temp_inicial_tor(1) = 0. | • temp_final_tor(1) = -329.36 |
| • temp_inicial_tor(2) = 0. | • temp_final_tor(2) = -329.36 |
| • temp_inicial_tor(3) = 0. | • temp_final_tor(3) = -329.36 |
| • temp_inicial_tor(4) = 0. | • temp_final_tor(4) = -329.36 |
| • temp_inicial_tor(5) = 0. | • temp_final_tor(5) = -329.36 |
| • temp_inicial_tor(6) = 0. | • temp_final_tor(6) = -329.36 |

Se aplica las cargas externas en el nodo central de la placa 1.
En este ejemplo tenemos:

Fx (cortante x) = -20000 N
 Fy (cortante y) = -20000 N
 Fz (axial) = -200000 N
 Mx (momento en el eje x) = -60000000 N.mm.
 My (momento en el eje y) = -60000000 N.mm.
 Mz (momento en el eje z) = -500000 N.mm

```
loadsbcsc_create2( "ACCION", "Force", "Nodal", "", "Static", @
["Node `nodo_central_placa1`"], "FEM", "Coord 0", "1.", @
["<-20000 -20000 -200000>", "<-60000000 -60000000 -500000>"], [ "", "" ] )
```

Se aplica las cargas externas en el nodo central de la placa 2. Esta fuerza se llama “reacción”. Las fuerzas son del mismo valor que en el nodo de la placa 1 pero de sentido contrario para que el sistema esté en equilibrio.

```
loadsbcsc_create2( "REACCION", "Force", "Nodal", "", "Static", @
["Node `nodo_central_placa2`"], "FEM", "Coord 0", "1.", @
["<20000 20000 200000>", "<60000000 60000000 500000>"], [ "", "" ] )
```


Esta sesión se ejecuta con el programa MSC.PATRAN, que es el pre-procesador utilizado para la generación automática de todos los modelos FEM que necesitamos estudiar.

A modo de ejemplo, adjuntamos unas imágenes con el modelo generado de manera automática a partir de este fichero.

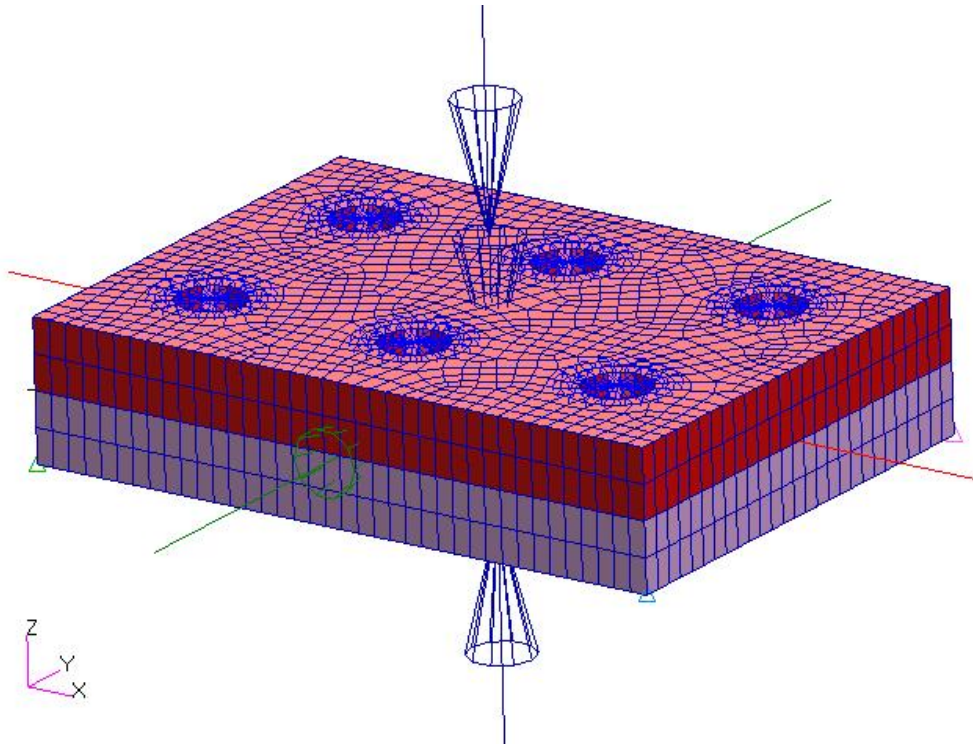


Figura.6.1.1. Modelo FEM generado automáticamente a partir de la sesión.



6.2 LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN PCL

En este apartado se va a explicar el lenguaje de programación que se ha empleado en el proyecto. En esta sesión parametrizada se introducen unas variables de entrada dependiendo de la unión a calcular. Mediante el programa NASTRAN-PATRAN se ejecutará esta sesión y así se podrá obtener los resultados deseados.

En primer lugar se crea una nueva base de datos.

```
-----
uil_file_new.go( "C:\MSC.Software\MSC.Patran\2005/template.db", @
"C:\MSC_CAE\proyecto\placas\ModeloUnion.db" )
-----
```

A continuación se declaran las variables que se van a usar a lo largo de la ejecución del programa. Se han usado variables del tipo REAL, INTEGER, STRING.

```
-----
STRING asm_create_line_xyz_created_ids[VIRTUAL]
STRING sgm_surface_2curve_created_ids[VIRTUAL]
STRING sgm_create_curve_2d_created_ids[VIRTUAL]
STRING fem_create_node_a_nodes_created[VIRTUAL]
STRING asm_create_cord_2ve_created_ids[VIRTUAL]
STRING asm_create_cord_axi_created_ids[VIRTUAL]
STRING sgm_surface_break_c_created_ids[VIRTUAL]
STRING sgm_surface_2curve_created_ids[VIRTUAL]
INTEGER fem_create_mesh_surfa_num_nodes
INTEGER fem_create_mesh_surfa_num_elems
STRING fem_create_mesh_s_nodes_created[VIRTUAL]
STRING fem_create_mesh_s_elems_created[VIRTUAL]
STRING asm_delete_surface_deleted_ids[VIRTUAL]
INTEGER fem_create_mesh_surfa_num_nodes
INTEGER fem_create_mesh_surfa_num_elems
STRING fem_create_mesh_s_nodes_created[VIRTUAL]
STRING fem_create_mesh_s_elems_created[VIRTUAL]
STRING fem_transform_elem_created_nids[VIRTUAL]
STRING fem_transform_elem_created_eids[VIRTUAL]
STRING fem_transform_elem_deleted_nids[VIRTUAL]
STRING fem_transform_elem_deleted_eids[VIRTUAL]
INTEGER fem_sweep_elems_n_nodes_created
INTEGER fem_sweep_elems_n_elems_created
STRING fem_sweep_elems_ex_created_nids[VIRTUAL]
STRING elementos_placa1[VIRTUAL]
STRING elementos_placa2[VIRTUAL]
STRING lista_nodos_A[VIRTUAL]
STRING lista_elementos_A[VIRTUAL]
STRING lista_nodos_B[VIRTUAL]
STRING lista_elementos_B[VIRTUAL]
STRING uil_list_create_current_list[VIRTUAL]
STRING lista_nodos_circunferencia[VIRTUAL]
STRING lista_nodos_centro[VIRTUAL]
STRING uil_list_create_current_list[VIRTUAL]
```

```
STRING nodos_placa1[VIRTUAL]
```




```
STRING nodos_placa2[VIRTUAL]
STRING lista_elementos_SINPROP[VIRTUAL]
INTEGER elementos_gap
```

```
INTEGER d,e,i,j,Ncurve,n_Tornillos,Ncurve,Nsurface,Nnode,Ncoord,mpc,coord
REAL a,b,x,y,espesor_placa1,espesor_placa2,radio_agujero,radio_tornillo,
SizeMalla,d1,d2,di,d3,R_arandela.
```

Se asignan valores numéricos a las variables de entrada. Con estas variables se puede definir nuestra unión atornillada.

```
-----
$ Dimensiones de la placa (mm)
a = 378.0 (longitud de la placa)
b = 273.0 (anchura de la placa)
$ Numero de Tornillos (filas & columnas)
d = 3 (nº de tornillos que hay en cada fila)
e = 2 (nº de filas)
n_Tornillos = d * e (nº de tornillos que hay en la placa)
$ Definición de los espesores de las placas
espesor_placa1 = 40.0 (Espesor placa 1)
espesor_placa2 = 40.0 (Espesor placa 2)
radio_tornillo = 16.13 (radio resistente del tornillo)
radio_agujero = 19.5 (radio de agujero de la placa)
$ Tamaño de la malla
SizeMalla = 10.0
$ Radio medio de la cabeza del tornillo.
R_arandela=25.55
-----
```

Se inicializa los contadores que se van a usar en la sesión parametrizada.

```
-----
Ncurve = 1
Nsurface = 1
Nnode = 1
Ncoord = 1
-----
```

Se define la geometría.

En primer lugar se crea una línea de longitud “a”. Se avanza el contador Ncurve una posición.

```
-----
asm_const_line_xyz( "`Ncurve`", "<a` 0 0>", "[0 0 0]", "Coord 0", @
asm_create_line_xyz_created_ids )
Ncurve = Ncurve + 1
-----
```



Se crea una línea de longitud “a” desplazada del eje a una distancia “b”. Se avanza el contador Ncurve una posición.

```
-----
asm_const_line_xyz( "`Ncurve`", "<a` 0 0>", "[0 `b` 0]", "Coord 0", @
asm_create_line_xyz_created_ids )
Ncurve = Ncurve + 1
-----
```

Se crea una superficie rectangular entre las dos líneas creadas anteriormente.

```
-----
sgm_const_surface_2curve( "`Nsurface`", "Curve 2", "Curve 1", @
sgm_surface_2curve_created_ids )
-----
```

Mediante las variables x, y se consiguen las coordenadas de los centros de los agujeros de la placa con respecto al origen de coordenadas.

Se crea la matriz de los agujeros mediante dos funciones “FOR”.

Se crea un círculo en la posición (x, y) con el diámetro de la arandela y otro círculo con el diámetro del agujero. A continuación se genera un nodo en el centro del círculo y un sistema de coordenadas en el centro de dicho círculo.

Se rompe la superficie inicial por el círculo creado y se borra la superficie que queda dentro de dicho círculo.

Se actualizan los contadores a los nuevos valores.

```
-----
y = b / (2.0 * e)

FOR (i=1 TO e)

x = a / (2.0 * d)

FOR (j=1 TO d)

sgm_const_curve_2d_circle_v2( "`Ncurve`", 1, radio_agujero, "Coord 0.3",@
" ", "[`x` `y` 0]", FALSE, sgm_create_curve_2d_created_ids )

Ncurve=Ncurve+1

sgm_const_curve_2d_circle_v2( "`Ncurve`", 1, R_arandela, "Coord 0.3",@
" ", "[`x` `y` 0]", FALSE, sgm_create_curve_2d_created_ids )

fem_create_node_arccenter( "Coord 0", "Coord 0", 2, "#", "Curve`Ncurve`",@
fem_create_node_a_nodes_created )
-----
```



```
asm_const_coord_2vector( "`Ncoord`", "XY", "Coord 0", 2, "Node `Nnode`", @
"<1 0 0>", "<0 1 0>", asm_create_cord_2ve_created_ids )

ui_answer_message(38000219,"YES")sgm_edit_surface_break_v1 @
( "`Nsurface+2`", "surface `Nsurface`", TRUE, 3, 0, 0., "", "", @
"curve `Ncurve`" , sgm_surface_break_c_created_ids )

asm_delete_surface( "surface `Nsurface+3`", @
asm_delete_surface_deleted_ids )

sgm_const_surface_2curve("`Nnode`", "Curve `Ncurve-1`", "Curve `Ncurve`", @
sgm_surface_2curve_created_ids )

ui_exec_function( "mesh_seed_display_mgr", "init" )
$ mesh_seed_create( "Curve `Ncurve`", 1, 16, 0., 0., 0. )

Nsurface = Nsurface + 2
Ncurve = Ncurve + 1
Nnode = Nnode + 1
Ncoord = Ncoord +1

x = x + (a / d)

END FOR

y = y + (b / e)

END FOR
```

Se define la semilla de mallado en los cuatro lados de la superficie.

```
mesh_seed_create( "Surface `2*(d*e)+1`.2", 1, 8*e, 0., 0., 0. )
mesh_seed_create( "Surface `2*(d*e)+1`.1", 1, 8*d, 0., 0., 0. )
mesh_seed_create( "Surface `2*(d*e)+1`.3", 1, 8*d, 0., 0., 0. )
mesh_seed_create( "Surface `2*(d*e)+1`.4", 1, 8*e, 0., 0., 0. )
```

Se define el tipo de mallado de la superficie inicial y se relajan los elementos.

```
fem_create_mesh_surf_4( "Paver", 49680, "Surface `2*(d*e)+1`", 4, @
["`SizeMalla`", "0.1", "0.2", "1.0"], "Quad4", "#", "#", @
"Coord 0", "Coord 0", fem_create_mesh_surfa_num_nodes, @
fem_create_mesh_surfa_num_elems, @
fem_create_mesh_s_nodes_created, fem_create_mesh_s_elems_created )

fem_create_mesh_surf_4( "IsoMesh", 49152, "Surface 1:`Nnode-1`", 1, @
["`SizeMalla`"], "Quad4", "#", "#", "Coord 0", "Coord 0", @
```



```
fem_create_mesh_surfa_num_nodes, fem_create_mesh_surfa_num_elems, @
fem_create_mesh_s_nodes_created, @
fem_create_mesh_s_elems_created )
```

```
fem_mod_mesh_smooth_surface( "Surface `2*(d*e)+1`", "" )
```

```
REAL fem_equiv_all_x_equivtol
INTEGER fem_equiv_all_x_segment
fem_equiv_all_group3( [" "], 0, "", 1, 0.1, FALSE,
fem_equiv_all_x_equivtol, @
fem_equiv_all_x_segment )
```

Se crea una lista de nodos que se generan al hacer el mallado. Esta lista de nodos se llama “lista_nodos_A”.

Mediante esta lista de nodos se genera una lista de elementos que contiene todos los elementos de la superficie de la placa 1. Esta lista se llama “lista_elementos_A”.

```
-----
uil_list_a.clear( )
list_create_node_att_value( [0., 0., 0., 0., 0., 0.], @
[FALSE, FALSE, TRUE], [ "equal", "equal", "equal"], @
[0.005, 0.005, 0.5], @ "Coord 0", "lista", lista_nodos_A )

uil_list_a.clear( )
list_create_elem_ass_node( 0, "`lista_nodos_A`, "lista", @
lista_elementos_A )
-----
```

Se trasladan todos los elementos de la placa 1 una distancia en dirección Z de 0.01 mm.

```
-----
fem_translate_elems_1( "#", "<0 0 0.01>", "Coord 0", 1, FALSE, 2, @
"`lista_elementos_A`, fem_transform_elem_created_nids, @
fem_transform_elem_created_eids, fem_transform_elem_deleted_nids, @
fem_transform_elem_deleted_eids )
-----
```

Se crea una lista de nodos con los elementos que hemos trasladado. Esta lista se llama “lista_nodos_B”.

Con estos nodos se genera una lista de elementos que contiene todos los elementos de la superficie de la placa 2. Esta lista se llama “lista_elementos_B”.

```
-----
list_create_node_att_value( [0., 0., 0.01, 0., 0., 0.], [FALSE, FALSE, @
TRUE], [ "equal", "equal", "equal"], [0.005, 0.005, 0.5], @
"Coord 0", "listb", lista_nodos_B )

list_create_elem_ass_node( 0, "`lista_nodos_B`, "listb", @
```



```
lista_elementos_B )
```

Se extruye los elementos de la placa 1 en sentido Z negativo una altura igual a la variable `espesor_placa1`.

Se genera una lista que contiene todos los elementos de la placa 1.

```
fem_sweep_extrude_1( "#", "#", "Coord 0", "<0 0 -1>", "`espesor_placa1`", @
"0.0 ", 3, "`lista_elementos_A`", 10, ["Bar2", "Quad4", "Quad8", @
"Quad12", "Wedge6", "Wedge15", "Wedge24", "Hex8", "Hex20", "Hex32", "", @

", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "], "Coord 0", "Coord 0", "Uniform: Number of Elements", @
["3", "1.5", "0.1", "0.2", ".5", "2", "", "", "", "", "", @
"], fem_sweep_elems_n_nodes_created, @
fem_sweep_elems_n_elems_created, fem_sweep_elems_ex_created_nids, @
elementos_placa1)
```

```
list_create_node_ass_elem( "Elm `elementos_placa1`", "lista", @
nodos_placa1 )
dump nodos_placa1
```

Se extruye los elementos de la placa 2 en sentido Z positivo una distancia igual a la variable `espesor_placa_2`.

Se genera una lista que contiene todos los elementos de la placa 2.

```
fem_sweep_extrude_1( "#", "#", "Coord 0", "<0 0 1>", "`espesor_placa2`", @
"0.0 ", 3, "`lista_elementos_B`", 10, ["Bar2", "Quad4", "Quad8", @
"Quad12", "Wedge6", "Wedge15", "Wedge24", "Hex8", "Hex20", "Hex32", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "], "Coord 0", "Coord 0", "Uniform: Number of Elements", @
["3", "1.5", "0.1", "0.2", ".5", "2", "", "", "", "", "", @
], fem_sweep_elems_n_nodes_created, @
fem_sweep_elems_n_elems_created, fem_sweep_elems_ex_created_nids, @
elementos_placa2)

list_create_node_ass_elem( "Elm `elementos_placa2`", "lista", @
nodos_placa2 )
```



Se va a trasladar los nodos que hemos creado anteriormente en el centro de los agujeros en la superficie de la placa 1 a las caras exteriores de las dos placas. La variable d1 es la distancia en el eje Z desde la superficie inicial hasta el extremo de la placa 1. La variable d2 es la distancia en el eje Z desde la superficie inicial hasta el extremo de la placa 2. La variable d3 nos sirve para trasladar unos nodos a un milímetro de la cara exterior de la placa 2.

Se crean 3 “ARRAYS” para guardar todos los nodos que vamos crear posteriormente denominados nodos_superiores, nodos_inferiores y nodos_mpcforce.

Se genera un “ARRAY” llamado “tornillo” donde guardaremos todos los elementos creados.

```
-----
Nnode=1
d1 = -1.0 * espesor_placa1
d2 = espesor_placa2 + 0.01
d3 = d2+1
STRING nodo_inferior[VIRTUAL]
STRING nodo_superior[VIRTUAL]
STRING nodo_mpcforce[VIRTUAL]
STRING fem_transform_node_deleted_ids[VIRTUAL]
STRING Tornillo[128](20)
STRING nodos_superiores[128](20)
STRING nodos_inferiores[128](20)
STRING nodos_mpcforce[128](20)

FOR(i=1 TO n_Tornillos)
-----
```

Se traslada el nodo inicial del centro del agujero una distancia d1, d2 y d3. Estos nodos se llaman nodo_inferior, nodo_superior y nodo_mpcforce.

```
-----
STRING fem_transform_node_deleted_ids[VIRTUAL]

fem_translate_nodes_1( "#", "<0 0 `d1`>", "Coord 0", 1, FALSE, 2, @
"Node `Nnode`", nodo_inferior, fem_transform_node_deleted_ids )

fem_translate_nodes_1( "#", "<0 0 `d2`>", "Coord 0", 1, FALSE, 2, @
"Node `Nnode`", nodo_superior, fem_transform_node_deleted_ids )

fem_translate_nodes_1( "#", "<0 0 `d3`>", "Coord 0", 1, FALSE, 2, @
"Node `Nnode`", nodo_mpcforce, fem_transform_node_deleted_ids )
-----
```

Una vez creados los nodos superiores, nodos inferiores y nodos mpc_force se generan elementos barra entre ambos nodos. Estos elementos son guardados en “lista” y “listb”. Mediante una función booleana “and” se suman las dos listas y se vuelca su contenido en “lista”. Se introduce el valor de la “lista” en el array “tornillo”.



Se vuelca el contenido de las variables “nodo_superior”, “nodo_inferior” y “nodo_mpcforce” en los ARRAYS “nodos_superiores”, “nodos_inferiores” y “nodos_mpcforce”.

```
-----
STRING fem_create_elemen_elem_created1[VIRTUAL]
fem_create_elems_1( "Bar ", "Bar2", "#", "Standard", 3, @
"node `nodo_superior`", "node `nodo_inferior`", "", "", "", "", "", "", @
fem_create_elemen_elem_created1 )

STRING fem_create_elemen_elem_created2[VIRTUAL]
fem_create_elems_1( "Bar ", "Bar2", "#", "Standard", 3, @
"node `nodo_superior`", "node `nodo_mpcforce`", "", "", "", "", "", "",
fem_create_elemen_elem_created2 )

uil_list_a.clear( )
uil_list_b.clear( )

list_create_target_list( "lista", "Elem`fem_create_elemen_elem_created1`")
dump lista

list_create_target_list("listb", "Elem `fem_create_elemen_elem_created2`")
dump listb

uil_list_boolean.create( "or" )
uil_list_a.replace( )
dump lista

Tornillo(i) = lista
dump Tornillo
Nodos_superiores(i)= Nodo_superior
Nodos_inferiores(i)= Nodo_inferior
Nodos_mpcforce(i)= Nodo_mpcforce

Nnode=Nnode+1

END FOR.
-----
```

Con la función “FOR” se consigue realizar estas operaciones tantas veces como tornillos tenemos en nuestra placa.

Se va a generar elementos “RB2” en las caras exteriores de las placas. Las “RB2” son elementos de distribución de fuerzas entre nodos. Para ello es necesario crear arrays para conseguir la posición de los nodos que queremos usar. Las RB2 distribuyen la fuerza axial y los cortantes del nodo central del agujero a los nodos comprendidos entre el diámetro del agujero y el diámetro medio de la cabeza del tornillo.



Se crea una lista de nodos llamada “lista_nodos_circunferencia” en la cual se guardan todos los nodos comprendidos entre ambos diámetros.

Se genera otra lista de nodos llamada “lista_nodos_centro” en la cual se guarda el nodo central del agujero.

Se construye la “RB2” entre las listas “lista_nodos_circunferencia” y “lista_nodos_centro”.

Con los arrays “ra_posicion1”, “ra_posicion2”, “ra_posicion3” y “ra_posicion4” se consigue crear una “RB2” en la cara exterior de cada placa.

```
-----  
coord = 1  
mpc = 1  
  
REAL ra_posicion1(6)  
ra_posicion1(1)='radio_agujero'  
  
ra_posicion1(2)=0.  
ra_posicion1(3)='d1'  
ra_posicion1(4)='R_arandela'  
ra_posicion1(5)=0.  
ra_posicion1(6)=0.  
  
dump ra_posicion1  
  
REAL ra_posicion2(6)  
ra_posicion2(1)=0.5  
ra_posicion2(2)=0.  
ra_posicion2(3)='d1'  
ra_posicion2(4)=0.  
ra_posicion2(5)=0.  
ra_posicion2(6)=0.  
  
dump ra_posicion2  
  
REAL ra_posicion3(6)  
ra_posicion3(1)='radio_agujero'  
ra_posicion3(2)=0.  
ra_posicion3(3)='d2'  
ra_posicion3(4)='R_arandela'  
ra_posicion3(5)=0.  
ra_posicion3(6)=0.  
  
dump ra_posicion3  
  
REAL ra_posicion4(6)  
ra_posicion4(1)=0.5  
ra_posicion4(2)=0.  
ra_posicion4(3)='d2'
```




```

ra_posicion4(4)=0.
ra_posicion4(5)=0.
ra_posicion4(6)=0.

dump ra_posicion4

uil_list_a.clear( )
uil_list_b.clear( )

FOR(i=1 TO n_Tornillos)

list_create_node_att_value( ra_posicion1, [TRUE, FALSE, TRUE], [ @
"range", "equal", "equal"], [0.005, 0.005, 0.5], "Coord `coord`", @
"lista", lista_nodos_circunferencia )

dump lista_nodos_circunferencia

list_create_node_att_value( ra_posicion2, [TRUE, FALSE, TRUE], [ @
"smaller", "equal", "equal"], [0.005, 0.005, 0.5], "Coord `coord`", @
"listb", lista_nodos_centro )

dump lista_nodos_centro

fem_create_mpc_nodal2( mpc, "RBE2", 0., 2, [TRUE, FALSE], ["0", "0"], [ @
"`lista_nodos_circunferencia`", "`lista_nodos_centro`"], ["UX,UY,UZ", ""])

mpc = mpc+1

list_create_node_att_value( ra_posicion3, [TRUE, FALSE, TRUE], [ @
"range", "equal", "equal"], [0.005, 0.005, 0.5], "Coord `coord`", @
"lista", lista_nodos_circunferencia )

list_create_node_att_value( ra_posicion4, [TRUE, FALSE, TRUE], [ @
"smaller", "equal", "equal"], [0.005, 0.005, 0.5], "Coord `coord`", @
"listb", lista_nodos_centro )

fem_create_mpc_nodal2( mpc, "RBE2", 0., 2, [TRUE, FALSE], ["0", "0"], [ @
"`lista_nodos_circunferencia`", "`lista_nodos_centro`"], ["UX,UY,UZ", ""])

coord = coord +1
mpc = mpc+1

END FOR

```

Mediante la función “FOR” se consigue crear 2 RB2 en cada tornillo de la unión.



Se va a definir el material “acero” para las placas de la unión. Las propiedades de este material son: Módulo de elasticidad $210000 \frac{N}{mm^2}$, coeficiente de poisson 0.3 y coeficiente de expansión térmica 0. Se pone el coeficiente de expansión térmica 0 para cuando se quiera conseguir la pretensión deseada solo se dilaten los tornillos.

Se define otro material llamado “acero térmico”. Este material será el que se asignará a los tornillos. Las propiedades de este material son: Módulo de elasticidad $210000 \frac{N}{mm^2}$, coeficiente de poisson 0.3 y coeficiente de expansión térmica $1,2 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ C}$.

```
-----
material.create("Analysis code ID", 1,"Analysis type ID", 1, "Acero", 0,@
"Date: 21-Jul-09      Time: 08:41:52", "Isotropic", 1, "Directionality", @
1, "Linearity", 1, "Homogeneous", 0, "Linear Elastic", 1, @
"Model Options & IDs", [ "", "", "", "", "" ], [0, 0, 0, 0, 0], @
"Active Flag", 1, "Create", 10, "External Flag", FALSE, "Property IDs", @
["Elastic Modulus", "Poisson Ratio", "Thermal Expan. Coeff"],@
[2, 5, 24, 0], "Property Values", [ "210000", "0.3", "0", "" ] )
-----
```

```
material.create("Analysis code ID", 1,"Analysis type ID", 1, @
"Acero termico" @
, 0, "Date: 21-Jul-09      Time: 08:41:52", "Isotropic", 1, @
"Directionality",1,"Linearity", 1,"Homogeneous", 0,"Linear Elastic", 1, @
"Model Options & IDs", [ "", "", "", "", "" ], [0, 0, 0, 0, 0], @
"Active Flag", 1, "Create", 10, "External Flag", FALSE, "Property IDs", @
["Elastic Modulus", "Poisson Ratio", "Thermal Expan. Coeff"], @
[2, 5, 24, 0], "Property Values", [ "210000", "0.3", "1.2E-5", "" ] )
-----
```

Se Crea la sección de los tornillos “r1” mediante la variable “radio_tornillo”.

Se asignan las propiedades para cada tornillo de nuestra unión mediante un “ARRAY” llamado “Proptornillo”. Con la función “FOR” se consigue asignar propiedades a todos los tornillos de nuestra placa.

```
-----
beam_section_create("r1", "ROD",["`radio_tornillo`"])
```

```
STRING PropTornillo[128](20)
PropTornillo(1)="PropTornillo01"
PropTornillo(2)="PropTornillo02"
PropTornillo(3)="PropTornillo03"
PropTornillo(4)="PropTornillo04"
PropTornillo(5)="PropTornillo05"
PropTornillo(6)="PropTornillo06"
PropTornillo(7)="PropTornillo07"
PropTornillo(8)="PropTornillo08"
PropTornillo(9)="PropTornillo09"
PropTornillo(10)="PropTornillo10"
```



```

PropTornillo(11)="PropTornillo11"
PropTornillo(12)="PropTornillo12"
PropTornillo(13)="PropTornillo13"
PropTornillo(14)="PropTornillo14"
PropTornillo(15)="PropTornillo15"
PropTornillo(16)="PropTornillo16"
PropTornillo(17)="PropTornillo17"
PropTornillo(18)="PropTornillo18"
PropTornillo(19)="PropTornillo19"
PropTornillo(20)="PropTornillo20"

```

```

FOR(i=1 TO n_Tornillos)

```

```

elementprops_create( PropTornillo(i), 11, 2, 42, 1, 1, 20, [39, 13, 6, @
4042, 4043, 2047, 2048, 1, 10, 11, 4026, 1026, 4044, 4045, 4037, 4047, @
4048, 4050, 4051, 4053, 4054, 4056, 4057, 4061, 8200, 8201, 8202], @
[11, 5, 2, 2, 2, 4, 4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
6, 4, 4, 4], ["r1", "m:Acero_termico", "<1 0 0>", "", "", "", "", "", @
"", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
"Analysis", "Analysis", "Analysis"], "`Tornillo(i)`" )

```

```

END FOR.

```

Se define las propiedades de la “placa1”. Se asignan a todos los elementos de la placa 1 el material “acero”.

```

elementprops_create("placa1", 71, 25, 30, 1, 1, 20, [13, 21, 4124, @
4126, 4125], [5, 4, 4, 4, 4], ["m:Acero", "", "", "", ""], @
"Element `elementos_placa1`" ).

```

Se define las propiedades de la “placa2”. Se asignan a todos los elementos de la placa 2 el material “acero”.

```

elementprops_create( "placa2", 71, 25, 30, 1, 1, 20, [13, 21, 4124, @
4126, 4125], [5, 4, 4, 4, 4], ["m:Acero", "", "", "", ""], @
"Element `elementos_placa2`" ).

```

Se va a generar elementos “GAP” entre las 2 superficies interiores de las placas. Para ello se crean dos listas que contengan solo los nodos de la superficie interior de cada placa.

Es necesario en la lista_nodos_A restar los nodos creados en el interior de cada circulo. Mediante una función booleana “---”, se consigue la lista de nodos deseada.

Se definen las propiedades de los elementos “GAP”.



```
-----
dump lista_nodos_A
dump lista_nodos_B
lista = lista_nodos_A
listb = "Node 1:n_Tornillos"
uil_list_boolean.create( "a-b" )
lista_nodos_A = listc
dump lista_nodos_A

bv_create_gap_elements( "`lista_nodos_A`", "`lista_nodos_B`", 1, 0.5, @
[0, 0, 0], "", elementos_gap )

bv_groups_from_properties( "prop_" )
uil_list_a.clear( )
list_create_elem_ass_group( 0, ["prop_prop_NO_PROPERTIES"], 1,"lista", @
lista_elementos_SINPROP )

elementprops_create( "gaps", 24, 25, 40, 66, 2, 20, [4127, 4071, @
4072, 4074, 4073, 4075, 4130, 4131, 4132, 4133, 4134], [2, 1, 1, @
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], ["<1 0 0>", "", "", "1e6", "0.01", "",@
"", "", "", "", "", ""], "`lista_elementos_SINPROP`" )
-----
```

Se asignan a todos los nodos de la placa 1 la temperatura inicial y final.

```
-----
loadsbc_create2( "temperatura_inicial_placa1", "Initial @
Temperature", "Nodal", "", "Static", ["`nodos_placa1`"], "FEM",@
"COORD 0", "1.", ["5"], [""] )
$# Load/BC set "temperatura_inicial" created.

loadsbc_create2( "temperatura_final_placa1", "Temperature", @
"Nodal", "", "Static", [ "`nodos_placa1`"], "FEM", "", "1.", @
[" 50"], [""] )
$# Load/BC set "temperatura_final" created.
-----
```

Se asignan a todos los nodos de la placa 2 la temperatura inicial y final.

```
-----
loadsbc_create2( "temperatura_inicial_placa2", "Initial @
Temperature", "Nodal", "", "Static", ["`nodos_placa2`"], "FEM",@
"COORD 0", "1.", ["5"], [""] )
$# Load/BC set "temperatura_inicial" created.

loadsbc_create2( "temperatura_final_placa2", "Temperature", @
"Nodal", "", "Static", [ "`nodos_placa2`"], "FEM", "", "1.", @
[" 50"], [""] )
$# Load/BC set "temperatura_final" created.
-----
```



Se va a definir la temperatura inicial y final para cada tornillo. Solo se puede aplicar temperatura a los nodos que contiene el elemento tornillo. Como solo se le ha puesto coeficiente de expansión a los elementos “tornillo” gracias a esta diferencia de temperatura conseguiremos la tensión de pretensión deseada para nuestra unión atornillada.

Se crean 4 “ARRAYS”. Los dos primeros se usan para guardar el nombre de la temperatura inicial y final para cada tornillo. En los otros dos se guarda el valor de la temperatura inicial y final de cada tornillo.

Estos arrays contienen 20 posiciones y cada posición 300 caracteres.

```
-----  
STRING Nombre_inicial_tor[300](20)  
STRING Nombre_final_tor[300](20)
```

```
REAL temp_inicial_tor(20)  
REAL temp_final_tor(20)  
-----
```

Se introduce el nombre de temperatura inicial para cada tornillo. En esta unión solo se tiene 6 tornillos por lo que solo usan 6 posiciones de las 20 que tiene nuestro array.

```
-----  
Nombre_inicial_tor(1)="TempInicial01"  
Nombre_inicial_tor(2)="TempInicial02"  
Nombre_inicial_tor(3)="TempInicial03"  
Nombre_inicial_tor(4)="TempInicial04"  
Nombre_inicial_tor(5)="TempInicial05"  
Nombre_inicial_tor(6)="TempInicial06"  
-----
```

Se introduce el nombre de la temperatura final para cada tornillo.

```
-----  
Nombre_final_tor(1)="TempFinal01"  
Nombre_final_tor(2)="TempFinal02"  
Nombre_final_tor(3)="TempFinal03"  
Nombre_final_tor(4)="TempFinal04"  
Nombre_final_tor(5)="TempFinal05"  
Nombre_final_tor(6)="TempFinal06"  
-----
```

Se introduce en el array “temp_inicial_tor” la temperatura inicial para cada tornillo.

```
-----  
temp_inicial_tor(1)=0.  
temp_inicial_tor(2)=0.  
temp_inicial_tor(3)=0.  
temp_inicial_tor(4)=0.  
temp_inicial_tor(5)=0.  
temp_inicial_tor(6)=0.  
-----
```



Se introduce en el array “temp_final_tor” la temperatura final para cada tornillo.

```
-----
temp_final_tor(1)=-329.36
temp_final_tor(2)=-329.36
temp_final_tor(3)=-329.36
temp_final_tor(4)=-329.36
temp_final_tor(5)=-329.36
temp_final_tor(6)=-329.36
```

```
FOR(i=1 TO n_Tornillos)
-----
```

Se define una lista llamada “lista” con el nodo superior de nuestro tornillo.

Se genera otra lista llamada “listb” con el nodo inferior de nuestro tornillo.

Mediante una función booleana “AND” se suman las dos listas y se vuelca su valor en “lista”.

Se define otra lista llamada “listb” con el nodo mpc_force de nuestro tornillo.

Se vuelve a sumar las dos listas mediante una función “AND”. De esta manera se consigue tener en la “lista” los tres nodos que contiene nuestro tornillo. La función “dump” sirve para ver el contenido de las variables.

```
-----
uil_list_a.clear( )
uil_list_b.clear( )

list_create_target_list( "lista", "Node `Nodos_superiores(i)`" )
dump Nodos_superiores(i)

list_create_target_list( "listb", "Node `Nodos_inferiores(i)`" )
dump Nodos_inferiores(i)

uil_list_boolean.create( "or" )
uil_list_a.replace( )

list_create_target_list( "listb", "Node `Nodos_mpcforce(i)`" )
dump Nodos_mpcforce(i)

uil_list_boolean.create( "or" )
uil_list_a.replace( )

dump lista
-----
```



Se crea la temperatura inicial para cada tornillo asignando a “lista” la temperatura guardada en el array “temp_inicial_tor”.

Se genera la temperatura final para cada tornillo asignando a “lista” la temperatura guardada en el array “temp_final_tor”.

```
-----
loadsbcsc_create2( Nombre_inicial_tor(i), "Initial Temperature", @
"Nodal", "", "Static", [ "\lista`"], "FEM", "COORD 0", "1.", @
[ "\temp_inicial_tor(i)`"], ["" ] )
$# Load/BC set "temperatura_inicial" created.
```

```
loadsbcsc_create2( Nombre_final_tor(i), "Temperature",@
"Nodal", "", "Static", [ "\lista`"], "FEM", "", "1.", @
[ "\temp_final_tor(i)`"], ["" ] )
$#Load/BC set "temperatura_final" created.
```

```
END FOR.
```

Con la función “FOR” se consigue repetir estas operaciones tantas veces como tornillos tiene nuestra unión.

Se va a generar un nodo en el centro de la cara interior de la placa 1.

Se crea una función “RB3” entre el nodo central de la placa 1 y los nodos guardados en el array “Nodos_mpcforce”. Esta RB3 distribuye las fuerzas y los momentos aplicados en el nodo central a una fuerza axial y dos cortantes aplicados en los nodos del array “Nodos_mpcforce”.

```
-----
STRING nodo_central_placa1[VIRTUAL]
fem_create_nodes_1("Coord 0", "Coord 0", 3, "#", "[`a/2` `b/2` 0.005]", @
nodo_central_placa1 )

dump nodo_central_placa1

fem_create_mpc_nodal2( 41, "RBE3", 0., 2, [TRUE, FALSE], [ "0.", "1.0"],@
[ "Node `nodo_central_placa1`, " node `Nodos_mpcforce`",
[ "UX,UY,UZ,RX,RY,RZ", "UX,UY,UZ" ] )
-----
```



Se genera otro nodo en el centro de la cara interior de la placa 2.

Se crea otra función “RB3” entre el nodo central de la placa 2 y los nodos guardados en el array “Nodos_inferiores”. Esta función distribuye las fuerzas y los momentos aplicados en el nodo central de la placa 2 a una fuerza axial y dos cortantes aplicados en los nodos del array “Nodos_inferiores”.

```
-----
STRING nodo_central_placa2[VIRTUAL]
fem_create_nodes_1("Coord 0", "Coord 0", 3, "#", "[`a/2` `b/2` 0.005]", @
nodo_central_placa2 )

fem_create_mpc_nodal2( 42, "RBE3", 0., 2, [TRUE, FALSE], ["0.", "1.0"],@
["Node `nodo_central_placa2`", " node`Nodos_inferiores`"],
["UX,UY,UZ,RX,RY,RZ", "UX,UY,UZ"] )
-----
```

Se aplica la fuerza externa en el nodo central de la placa 1. En este ejemplo tenemos:

F_x (cortante x) = -20000 N
 F_y (cortante y) = -20000 N
 F_z (axial) = -200000 N
 M_x (momento en el eje x) = -60000000 N.mm.
 M_y (momento en el eje y) = -60000000 N.mm.
 M_z (momento en el eje z) = -500000 N.mm

```
-----
loadsbc_create2( "ACCION", "Force", "Nodal", "", "Static",@
["Node `nodo_central_placa1`"], "FEM", "Coord 0", "1.", @
["<-20000 -20000 -200000>", "<-600000000 -600000000 -500000>"], [ "", "" ] )
$# Load/BC set "ACCION" created.
-----
```

Se aplica la fuerza exterior en el nodo central de la placa 2. Esta fuerza se llama “reacción”. Las fuerzas son del mismo valor que en el nodo de la placa 1 pero de sentido contrario para que exista equilibrio.

```
-----
loadsbc_create2( "REACCION", "Force", "Nodal", "", "Static",@
["Node `nodo_central_placa2`"], "FEM", "Coord 0", "1.", @
["<20000 20000 200000>", "<600000000 600000000 500000>"], [ "", "" ] )
$# Load/BC set "REACCION" created.
-----
```




Se va a crear elementos “muelle” en las cuatro esquinas de nuestra placa1.

Se define una lista de nodos con todos los nodos que se encuentren en $x = 0$, $y = 0$, $z = \text{“d1”}$. En esta posición solo se encuentra el nodo del extremo 1 de nuestra placa. Esta lista la llamamos “nodo_extremo1_placa1”.

Se genera el elemento muelle en el extremo 1 de nuestra placa y se le asigna propiedades a dicho elemento. Este elemento se llama “elemento_muelle1”.

```
-----
STRING nodo_extremo1_placa1[VIRTUAL]

list_create_node_att_value( [0., 0., `d1`, 0., 0., 0.], @
[TRUE, TRUE, TRUE],[ "equal", "equal", "equal"],@
[0.1, 0.00499999999, 0.5], "Coord 0", "lista", nodo_extremo1_placa1)

dump nodo_extremo1_placa1

STRING elemento_muelle1[VIRTUAL]

fem_create_elems_1( "Point ", "Point", "2708", "Standard", 3, "
`nodo_extremo1_placa1`,@
"", "", "", "", "", "", "", "", elemento_muelle1)

dump elemento_muelle1

elementprops_create( "muelle1", 88, 25, 20, 21, 2, 20, [4185, 2104, @
2105, 4178, 4179, 4186,4187, 4198, 4199, 4200, 4201, 4202, 4203, 4192, @
4193, 4194, 4195, 4196, 4197, 2028, 2029 , 4188, 4189, 4190, 4191,
4204, 4205, 4206, 4207, 4208, 4209, 4180, 4210, 4181, 4182, 4183,@
4184], [9, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], ["Coord 0", "1000",@
"1000", "1000", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "",@
"", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "",@
"", "", "", ""], "Element `elemento_muelle1`" )
-----
```

Se crea una lista de nodos con todos los nodos que se encuentren en $x = 0$, $y = \text{“b”}$, $z = \text{“d1”}$. En esta posición solo se encuentra el nodo del extremo 2 de nuestra placa. Esta lista se llama “nodo_extremo2_placa1”.

Se genera el elemento muelle en el extremo 2 de la placa y se le asigna propiedades a dicho elemento. Este elemento se llama “elemento_muelle2”.

```
-----
STRING nodo_extremo2_placa1[VIRTUAL]

list_create_node_att_value( [0., `b`, `d1`, 0., 0., 0.], @
[TRUE, TRUE, TRUE],[ "equal", "equal", "equal"], @
[0.1, 0.00499999999, 0.5], "Coord 0", "lista", nodo_extremo2_placa1)

dump nodo_extremo2_placa1
```



```

STRING elemento_muelle2[VIRTUAL]

fem_create_elems_1( "Point ", "Point", "2708", "Standard",@
3, " `nodo_extremo2_placa1`",@
",", "", "", "", "", "", "", "", elemento_muelle2)

dump elemento_muelle2

elementprops_create( "muelle2", 88, 25, 20, 21, 2, 20, [4185, @
2104, 2105, 4178, 4179, 4186,4187, 4198, 4199, 4200, 4201, 4202, 4203, @
4192, 4193, 4194, 4195, 4196, 4197, 2028, 2029 , 4188, 4189, 4190, @
4191, 4204, 4205, 4206, 4207, 4208, 4209, 4180, 4210, 4181, 4182, 4183,@
4184], [9, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
"Coord 0", @
"1000", "1000", "1000", "", "", "", "", "", "", "", "", @
"", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
"", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "Element `elemento_muelle2`" )

```

Se define una lista de nodos con todos los nodos que se encuentren en $x = "a"$, $y = 0$, $z = "d1"$. En esta posición solo se encuentra el nodo del extremo 3 de la placa. Esta lista se llama "nodo_extremo3_placa1".

Se genera el elemento muelle en el extremo 3 de la placa y se le asigna propiedades a dicho elemento. Este elemento se llama "elemento_muelle3".

```

-----
STRING nodo_extremo3_placa1[VIRTUAL]

list_create_node_att_value( [`a`, 0., `d1`, 0., 0., 0.], @
[TRUE, TRUE, TRUE],[ "equal", "equal", "equal"],@
[0.1, 0.0049999999, 0.5], "Coord 0", "lista", nodo_extremo3_placa1)

dump nodo_extremo3_placa1
STRING elemento_muelle3[VIRTUAL]

fem_create_elems_1( "Point ", "Point", "2708", "Standard", @
3, " `nodo_extremo3_placa1`",@
",", "", "", "", "", "", "", "", elemento_muelle3)

dump elemento_muelle3

elementprops_create( "muelle3", 88, 25, 20, 21, 2, 20, [4185, 2104, @
2105, 4178, 4179, 4186, 4187, 4198, 4199, 4200, 4201, 4202, 4203, @
4192, 4193, 4194, 4195, 4196, 4197, 2028, 2029 , 4188, 4189, 4190, @
4191, 4204, 4205, 4206, 4207, 4208, 4209, 4180, 4210, 4181, 4182, 4183,@
4184], [9, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
"Coord 0", "1000", "1000", "1000", "", "", "", "", "", "", "", "", @
"", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
"", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "Element `elemento_muelle3`" )

```



Se crea una lista de nodos con todos los nodos que se encuentren en $x = "a"$, $y = "b"$, $z = "d1"$. En esta posición solo se encuentra el nodo del extremo 4 de la placa. Esta lista se llama "nodo_extremo4_placa1".

Se genera el elemento muelle en el extremo 4 de la placa y se le asigna propiedades a dicho elemento. Este elemento se llama "elemento_muelle4".

```
-----
STRING nodo_extremo4_placa1[VIRTUAL]

list_create_node_att_value( [ `a`, `b`, `d1`, 0., 0., 0.], @
[TRUE, TRUE, TRUE], ["equal", "equal", "equal"], @
[0.1, 0.00499999999, 0.5], "Coord 0", "lista", nodo_extremo4_placa1)

dump nodo_extremo4_placa1

STRING elemento_muelle4[VIRTUAL]

fem_create_elems_1( "Point ", "Point", "2708", "Standard", @
3, " `nodo_extremo4_placa1`, @
", "", "", "", "", "", "", "", elemento_muelle4)

dump elemento_muelle4

elementprops_create( "muelle4", 88, 25, 20, 21, 2, 20, [4185, @
2104, 2105, 4178, 4179, 4186, 4187, 4198, 4199, 4200, 4201, @
4202, 4203, 4192, 4193, 4194, 4195, 4196, 4197, 2028, 2029 @
, 4188, 4189, 4190, 4191, 4204, 4205, 4206, 4207, 4208, 4209, @
4180, 4210, 4181, 4182, 4183, 4184], [9, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, @
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1], @
["Coord 0", "1000", "1000", "1000", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", @
", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", "", ""], "Element `elemento_muelle4`" )
-----
```



Se define un caso de carga llamado “No giro” aplicado a todos los nodos de la placa 1 y placa 2.

```
-----
loadsbcs_create2( "No giro", "Displacement", "Nodal", "", @
"Static", ["`nodos_placa1`nodos_placa2`"], @
"FEM", "Coord 0", "1.", ["< >", "<0 0 0>"], ["", ""] )
-----
```

Se genera un caso de carga llamado “LC_PRETENSION”.

```
-----
loadcase_create2( "LC_PRETENSION", "Static", "", 1., @
["No giro", "TempFinal01", "TempFinal02", "TempFinal03", @
"TempFinal04", "TempFinal05", "TempFinal06", @
"temperatura_final_placa1", "temperatura_final_placa2", @
"TempInicial01", "TempInicial02", "TempInicial03", "TempInicial04", @
"TempInicial05", "TempInicial06", "temperatura_inicial_placa1", @
"temperatura_inicial_placa2"], [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, @
0, 0, 0, 0, 0, 0], [1., 1., 1., 1., 1., 1., @
1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1.], "", 0., TRUE )
$# Load Case "LC_PRETENSION" created.
-----
```

Se crea el caso de aplicación de carga llamado “LC_CARGA”.

```
-----
loadcase_create2( "LC_CARGA", "Static", "", 1., @
["No giro", "ACCION", "REACCION", "TempFinal01", "TempFinal02", @
"TempFinal03", "TempFinal04", "TempFinal05", "TempFinal06", @
"temperatura_final_placa1", "temperatura_final_placa2", @
"TempInicial01", "TempInicial02", "TempInicial03", @
"TempInicial04", "TempInicial05", "TempInicial06", @
"temperatura_inicial_placa1", "temperatura_inicial_placa2"], @
[0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, @
1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., 1., @
1., 1., 1., 1., 1.], "", 0., TRUE )
-----
```

Se crea el fichero de entrada a nastran. Se hace una llamada al archivo analisisNASTRAN.ses

```
-----
sf_play("./AnalisisNASTRAN.ses")
-----
```



7. BIBLIOGRAFÍA.

1. GUIDELINE VDI2230.
2. MSC NASTRAN/PATRAN GUIDES AND MANUAL.
3. ESTRUCTURAS DE ACERO. Ramón Arguellas.
4. DISEÑO EN INGENIERÍA MECÁNICA. Joseph E. Shigley, Charles R. Mischke.
5. CODIGO TECNICO DE LA EDIFICACIÓN. CTE-SEA.